PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 23. 15. November 1912. Redaktionsschluß für No. 24 am 15. November 1912. 13. Jahrgang.

INHALT:

Vorträge und Diskussionen von der 84. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Münster i. W. vom 15.—21. September 1912.

G. Grüneisen u. E. Giebe, Anwendung des Dreiplattenkondensators zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten fester Körper. S. 1097.

F. Dessauer, Arbeiten mit Funkeninduktoren und Röntgenröhren. S. 1101.

K. Goes, Vorführung einiger Versuche mit der Gaedeschen Molekularluftpumpe. S. 1105.

Originalmitteilungen:

F. Herxheimer, Über die Zerstreuung des Lichtes in trüben Mitteln. S. 1106.

K. Iwanow, Untersuchung der Emission der D-Linien bei verschiedenen Natriumverbindungen. S. 1112.

K. Iwanow, Eine neue Bestimmung der optischen Parameter der D_1-Linie. S. 1119.

H. v. Wartenberg, Die elektrische Leitfähigkeit des Diamanten. S. 1123.

G. Nordström, Relativitätsprinzip und Gravitation. S. 1126.

M. La Rosa, Über einen Versuch zum Vergleiche der Relativitätstheorie mit den mechanischen Anschauungen über die Lichtausstrahlung. S. 1129.

H. Barkhausen, Die Regulierung von Kleinmotoren. S. 1131.

Zusammenfassender Bericht:

P. P. Ewald, Referat über den V. Internationalen Mathematiker-Kongreß in Cambridge. S. 1133.

Tagesereignisse. S. 1136.

Personalien. S. 1136.

Gesuche. S. 1136.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 84. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU MÜNSTER (WESTF.).

E. Grüneisen und E. Giebe (Charlottenburg), Anwendung des Dreiplattenkondensators zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten fester Körper. (Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Mit der zunehmenden technischen Verwendung von Wechselströmen sehr hoher Spannung haben die dielektrischen Eigenschaften der zur Isolierung dienenden Materialien, wie z. B. des Porzellans und der sogenannten Ausgußmassen, eine erhöhte praktische Bedeutung gewonnen. Gelegentlich der Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten (D.-K.) derartiger Isolatoren, die der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Form planparalleler Scheiben zur Prüfung eingesandt waren, stellte sich heraus, daß die gebräuchliche und jedenfalls bequemste Methode für diesen Zweck viel zu wünschen übrig läßt. Sie besteht darin[1]), daß die Isolatorscheibe zwischen zwei parallele, reichlich kleinere Kreisplatten eines Luftkondensators gebracht wird. Bedeutet a dessen Plattenabstand (klein gegen den Radius), C_0 die Kapazität mit Luft, C die Kapazität mit eingeschobenem Körper von der Dicke δ und der D.-K. D, so ist

$$\frac{1}{D} = 1 - \frac{a}{\delta}\frac{C-C_0}{C}.$$

Nach dieser Vorschrift wurde z. B. für eine Porzellanscheibe von etwa 2 cm Dicke und 30 cm Durchmesser mit einem Zweiplattenkondensator von 16 cm Plattendurchmesser und 2,2 cm Plattenabstand die D.-K. 3,8 gemessen[1]) statt des wahren Wertes 5,8.

Im folgenden soll gezeigt werden, wie man die genannte Methode einwandfrei gestalten kann.

Die Fehler des gebräuchlichen Verfahrens rühren daher, daß die Annahme gemacht wird, alle Kraftlinien verliefen geradlinig und senkrecht von einer Platte zur anderen, woraus sich für die Kapazität der Näherungswert Fläche/$4\pi \times$ Abstand ergibt. Nun zeigt aber die bekannte von G. Kirchhoff für den Zweiplattenkondensator abgeleitete genaue Formel, daß die Randwirkung und die Teilkapazität gegen Erde selbst bei einem im Verhältnis zum Plattenabstand sehr großen Plattendurchmesser eine recht wesentliche Korrektion bedingen. So macht z. B. für einen Kondensator von 50 cm Plattendurchmesser bei 1 cm Abstand die Kirchhoffsche Korrektion noch etwa 10 Proz. der nach der Näherungsformel berechneten Kapazität aus, wovon auf die Randwirkung allein 5 Proz. entfallen. Man wird also bei Anwendung der Näherungsformel, da man praktisch mögliche Kondensatorabmessungen innehalten muß, be-

1) F. Kohlrausch, Lehrbuch d. prakt. Physik, 11. Aufl., 1910, S. 617, 2b.

1) Das bei F. Kohlrausch, l. c. Nr. 3. ebenfalls angegebene Plattenverschiebungsverfahren ergab noch bedeutend kleinere Werte.

trächtliche Fehler machen können, die um so größer werden, je größer die D.-K. und der Luftspalt ($a - d$ in obiger Formel) sind.

Der nächstliegende Weg scheint nun zu sein, den ganzen Raum zwischen den Kondensatorplatten mit dem festen Dielektrikum auszufüllen, also etwa Belegungen aus Stanniol auf das Dielektrikum zu pressen oder zu kleben, und die Kapazität in Luft statt durch Messung durch Berechnung nach Kirchhoffs Formel zu ermitteln. Diese lautet[1]) für unendlich dünne Kreisplatten vom Radius R und Plattenabstand a bei Erdung einer Platte

$$C = \frac{R^2}{4a} + \frac{R}{4\pi}\left(\log \text{nat}\, \frac{16\pi R}{a} + 1\right). \quad (1)$$

Bei endlicher Plattendicke d ist die Klammer auf der rechten Seite $f\left(\frac{d}{a}\right)$ zu addieren, wo

$$f\left(\frac{d}{a}\right) = f(x) = (1+x)\cdot \log \text{nat}\,(1+x) - x \log \text{nat}\, x. \quad (2)$$

Die Zuverlässigkeit dieser Formeln ist von Klemenčič[2]) und Himstedt[3]) für kleine Werte des Verhältnisses von Abstand zu Durchmesser ($a : 2R$) experimentell bewiesen.

Bei der D.-K.-Bestimmung ist aber zu bedenken, daß ein Teil der Kraftlinien überhaupt nicht im festen Dielektrikum verläuft, nämlich in der Hauptsache die Kraftlinien, welche nicht auf der geerdeten Belegung, sondern auf anderen in der Umgebung befindlichen Leitern oder den Zimmerwänden enden. Um diesem Umstand Rechnung zu tragen, hat man für den Kondensator mit festem Dielektrikum in jedem Fall durch zwei besondere Messungen die Teilkapazität der geladenen Platte gegen Erde zu bestimmen und von der gemessenen Gesamtkapazität in Abzug zu bringen. Entsprechend ist der nach Formel (1) berechnete Kapazitätswert um R/π zu verkleinern, d. h. um denjenigen Betrag, welcher nach Kirchhoff die Teilkapazität gegen Erde darstellt. Es ist die halbe Kapazität einer unendlich dünnen Kreisscheibe vom Belegungsradius. Daß die experimentell gefundene Teilkapazität den Wert R/π in der Regel übertreffen wird, liegt hauptsächlich daran, daß der Kondensator den umgebenden Leitern (Zimmerwänden, Tischplatte) zu nahe steht.

Um die Größe der besprochenen Einflüsse deutlich erkennen zu lassen, sind in der folgenden Tabelle 1 die Resultate zusammengestellt, die mit einem Zweiplattenkondensator für die D.-K. einer Anzahl von Porzellanscheiben gleicher Herkunft, aber verschiedener Dicke erhalten wurden, und zwar bei Berechnung der D.-K. als Quotient

1. aus der mit Dielektrikum gemessenen Gesamtkapazität und der nach der Näherungsformel berechneten Luftkapazität;

2. aus der mit Dielektrikum gemessenen Gesamtkapazität und der nach Formel (1) berechneten Luftkapazität;

3. wie unter 2., aber unter Abzug der Teilkapazität gegen Erde bei Messung und Rechnung.

Die Belegungen bestanden in allen Fällen aus dünnen Stanniolblättern von 15 cm Durchmesser und waren mit Eiweiß auf die Porzellanplatten aufgeklebt.

Tabelle 1.

$$C = C_1 + C_2 - C_3 = \frac{R^2}{4a} + \frac{R}{4\pi}\left(\log \text{nat}\, \frac{16\pi R}{a} + 1\right) - \frac{R}{\pi}.$$

Durchmesser der Porzellanscheiben cm	Scheibendicke $= a$ cm	Durchmesser der Belegungen $2R$ cm	Dielektrizitätskonstante, berechnet mit		
			$C = C_1$	$C = C_1 + C_2$	$C = C_1 + C_2 - C_3$
30	1,90	15	7,09	4,70	5,63
30	1,46	15	6,79	4,83	5,61
25	1,08	15	6,49	4,94	5,56
25	0,58	15	6,19	5,23	5,61
				Mittel	5,60

Die Näherungsformel ergibt also mit abnehmender Porzellandicke abnehmende, und zwar durchweg zu große Werte der D.-K.[1]). Die Berechnung nach Formel (1) andererseits liefert zu kleine und zwar mit abnehmender Porzellandicke zunehmende Werte. Erst nach Anbringung der oben erörterten, wie man sieht, nicht unwesentlichen Korrektion wegen der Teilkapazität gegen Erde erhält man für verschiedene Dicken ziemlich den gleichen und, wie sich zeigen wird, nur um wenige Prozent zu niedrigen Wert. Der bleibende Fehler wird daher rühren, daß die im Randgebiet von der Rückseite der einen zur Rückseite der anderen Belegung übergehenden Kraftlinien ganz oder zum Teil in Luft statt im festen Dielektrikum verlaufen. Versucht man diesen Fehler dadurch zu beseitigen, daß man die Rückseiten der Belegungen ebenfalls mit Scheiben des Dielektrikums bedeckt, so bewirkt man, wie Versuche

1) Vgl. z. B. F. Kohlrausch, l. c. 132, I, 4.

2) Klemenčič, Wien. Ber. **88**, 1190, 1882; **89**, 298, 1884.

3) Himstedt, Wied. Ann. **29**, 560, 1886; **33**, 1; **35**, 126, 1888.

1) Dem widerspricht das S. 1097 angeführte Beispiel deshalb nicht, weil dort C_0 nicht durch Rechnung, sondern durch Messung bestimmt worden ist.

gezeigt haben, unter Umständen eine Überkompensation des Fehlers, d. h. man erhält zu große D.-K., vermutlich weil Kraftlinien von einer Belegung zur anderen geleitet werden, die bei unendlicher Ausdehnung des festen Dielektrikums zur Erde gehen würden.

Um von dieser Unsicherheit möglichst frei zu werden und die besonderen Messungen zur Bestimmung der Teilkapazität gegen Erde zu vermeiden, erschien es uns zweckmäßig, den Dreiplattenkondensator auf seine Anwendbarkeit zur D.-K.-Bestimmung zu prüfen, weil bei diesem die mittlere Platte durch die beiden äußeren gegen die Umgebung fast vollständig abgeschützt ist[1]). Nahezu alle von der mittleren zu ladenden Platte ausgehenden Kraftlinien enden an den äußeren geerdeten Platten, müssen also, wenn der Raum zwischen den Platten vollständig mit dem festen Dielektrikum ausgefüllt wird, auch fast vollständig in diesem verlaufen. Es sind hierzu allerdings zwei planparallele Isolatorscheiben erforderlich, die beiderseits mit je zwei kreisförmigen, konzentrischen Stanniolbelegungen versehen und so aufeinander gelegt werden, daß die inneren Stanniolblätter sich decken und zusammen die mittlere Belegung darstellen. Die Kapazität des so zusammengesetzten Kondensators für das Dielektrikum Luft muß man wieder aus den Dimensionen berechnen, wobei ebenso wie beim Zweiplattenkondensator die Randwirkung zu berücksichtigen ist.

Die Aufgabe, die Kapazität eines Dreiplattenkondensators aus den Dimensionen zu berechnen, ist schon vor 13 Jahren auf Anregung von Herrn M. Planck von dem einen von uns mit Hilfe des H. A. Schwarzschen Verfahrens der konformen Abbildung gelöst. Die bisher nicht veröffentlichte Lösung des Problems ergibt als Kapazität der mittleren Platte eines Kondensators von drei unendlich dünnen konaxialen Kreisplatten mit dem Radius R und dem Plattenabstand a

$$C = \frac{R^2}{2a} + \frac{R}{\pi}\left(2 \log \text{nat } 2 - \frac{1}{\lambda^2 - 1}\right), \quad (3)$$

wo $\lambda = 2{,}1426902$ die Lösung der transzendenten Gleichung

$$\frac{\lambda^2}{\lambda^2 - 1} = \log \text{nat}\,(\lambda^2 - 1) \quad (4)$$

bedeutet, und die in (3) geklammerte Zahl den Wert 1,1078 hat.

1) Kondensatoren mit drei und fünf Platten sind aus diesem Grunde von Arons und Rubens, Wied. Ann. **44**, 209, 1891, zur D.-K.-Bestimmung von Glas benutzt. Nach persönlicher Mitteilung von Herrn Rubens ist dabei die Kapazität dieser Kondensatoren für Luft als Dielektrikum durch elektrische Messung bestimmt, nachdem die Glasscheiben durch kleine Glasstücke von gleicher Dicke wie die Scheiben ersetzt waren.

Für endliche Dicke der Platten ist die Berechnung bisher nicht streng durchgeführt; doch gelangt man durch gewisse Analogieschlüsse zu einer ganz ähnlichen Form der Dickenkorrektion, wie sie von Kirchhoff für den Zweiplattenkondensator streng abgeleitet ist. Bedeutet d die Dicke der Platten, so darf gesetzt werden

$$C = \frac{R^2}{2a} + \frac{R}{\pi}\left\{1{,}1078 + \frac{2}{3} f\left(\frac{2d}{a}\right)\right\}, \quad (5)$$

wo f dieselbe Bedeutung hat wie in Gleichung (2)[1]).

Es erschien wünschenswert, diese Formel für Luft zunächst einer experimentellen Prüfung zu unterziehen. Zu diesem Zweck wurde eine Anzahl Dreiplattenkondensatoren mit verschiedenen Durchmessern, Abständen und Dicken der Platten hergestellt. Ihre Kapazität wurde einerseits aus den gemessenen Dimensionen nach Formel (5) berechnet, andererseits durch elektrische Messung bestimmt. Die elektrischen Messungen sind nach der für den vorliegenden Zweck besonders geeigneten absoluten Methode von Maxwell durch periodische Ladung und Entladung des Kondensators mittels eines rotierenden Unterbrechers ausgeführt. Bezüglich der Einzelheiten der Meßmethode und der in der Reichsanstalt in Gebrauch befindlichen besonderen Meßeinrichtung kann auf eine frühere Veröffentlichung[2]) verwiesen werden.

In der folgenden Tabelle 2 sind für verschiedene Dreiplattenkondensatoren die berechneten und die beobachteten Kapazitätswerte zusammengestellt. Randwirkungs- und Dickenkorrektion sind gesondert angegeben.

Rechnung und Beobachtung stimmen durchweg, selbst bei sehr großen Plattenabständen, gut überein. Ebenso kann die in einem Falle recht beträchtliche Dickenkorrektion als experimentell bestätigt angesehen werden.

Die Formel (3) kann, wie weitere Messungen zeigten, unter geringfügiger, leicht ersichtlicher Modifikation auch bei erheblich ungleichem Abstand der drei Platten (z. B. $a_1 = 1$ cm und $a_2 = 3$ cm) angewandt werden, indem man statt Formel (5) setzt

$$C = \frac{R^2}{4}\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) + \frac{R}{\pi} \cdot 1{,}1078 + \\ + \frac{R}{3\pi}\left[f\left(\frac{2d}{a_1}\right) + f\left(\frac{2d}{a_2}\right)\right].$$

Die beiden zu einer D.-K.-Bestimmung mit dem Dreiplattenkondensator erforderlichen Iso-

1) Näheres über die Ableitung der Formeln (3) bis (5) wird an anderer Stelle mitgeteilt werden.

2) E. Giebe, Zeitschr. f. Instrumentenkde. **29**, 269 u. 301, 1909.

Tabelle 2.

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = \frac{R^2}{2a} + \frac{R}{\pi}\,1{,}1078 + \frac{2}{3}\frac{R}{\pi} f\left(\frac{2d}{a}\right).$$

$2R$ cm	a cm	d cm	$C_1 = R^2/2a$ cm	C_2 Randkorr. cm	C_3 Dickenkorr. cm	$C_{ber.} = \Sigma C$ cm	$C_{beob.}$ cm	$C_{ber.} - C_{beob.}$ cm
15	1	0,08	28,12	2,65	0,74	31,5	31,6	− 0,1
15	2	0,08	14,06	2,65	0,45	17,2	17,3	− 0,1
15	3	0,08	9,37	2,65	0,34	12,4	12,5	− 0,1
20	1	0,1	50,00	3,53	1,15	54,7	54,8	− 0,1
20	2	0,1	25,00	3,53	0,71	29,2	29,2	±
20	3	0,1	16,67	3,53	0,53	20,7	20,8	− 0,1
19,7	0,208	0,59	233,2	3,47	5,89	242,6	241,7	+ 0,9
19,7	1	0,59	48,51	3,47	3,14	55,1	55,0	+ 0,1
19,7	2	0,59	24,26	3,47	2,19	29,9	29,6	+ 0,3
19,7	3	0,59	16,17	3,47	1,73	21,4	21,0	+ 0,4
30	1	0,125	112,5	5,29	1,99	119,8	119,5	+ 0,3
30	2	0,125	56,25	5,29	1,25	62,8	62,5	+ 0,3
30	3	0,125	37,50	5,29	0,94	43,7	43,9	− 0,2

latorscheiben brauchen also nicht gleiche Dicke zu haben.

An Scheiben der gleichen Porzellansorte und etwa der gleichen Dicke, wie bei den anfangs mitgeteilten Versuchen, wurden nun D.-K.-Bestimmungen mit dem Dreiplattenkondensator unter Benutzung von aufgeklebten Stanniolblättern als Belegungen ausgeführt, wobei zur Berechnung die Formel (3) diente. Die Frequenz des rotierenden Unterbrechers in der Maxwellschen Kapazitätsmeßanordnung (vgl. S. 1099) war in der Regel 165 in der Sekunde. Daß etwaige Rückstandsbildung und dielektrische Verluste im Porzellan die Meßergebnisse nicht in nennenswertem Betrage beeinflußten, wurde durch Kontrollmessung bei der Frequenz 250 festgestellt, wobei sich innerhalb der Meßgenauigkeit (etwa 1 Promille) für einen Porzellankondensator die gleiche Kapazität wie bei der Frequenz 165 ergab.

Die mit Dreiplattenkondensatoren erhaltenen Resultate sind in der folgenden Tabelle 3 zusammengestellt.

Tabelle 3.

Durchmesser der Porzellanscheiben cm	Scheibendicke cm	Durchmesser der Belegungen cm	Dielektrizitätskonstante
30	1,90	15	5,76
30	1,90	24	5,90
30	1,47	24	5,83
25	0,60	15	5,81
25	0,60	20	5,84
		Mittel	5,83

Der Mittelwert ist 4 Proz. größer als der mit Zweiplattenkondensatoren erhaltene Mittelwert 5,60. Die Abweichung hat, wie schon oben ausgeführt, ihren Grund wahrscheinlich darin, daß die Kraftlinien des Randgebietes nur zum Teil im festen Dielektrikum verlaufen. Daß die hieraus entspringende Unsicherheit durch Anwendung dreier Platten tatsächlich verringert wird, zeigte sich darin, daß das Auflegen von Porzellanscheiben auf die Außenbelegungen die Kapazität des Dreiplattenkondensators um viel weniger erhöhte als beim Zweiplattenkondensator. Die hierdurch bleibende Unsicherheit des Mittelwertes von Tabelle 3 dürfte etwa 1 Proz. betragen. Von derselben Größenordnung sind aber auch die durch die unvollkommene geometrische Form der Porzellanscheiben bedingten Fehler. Diese Scheiben, die nicht eigens für die Zwecke der vorliegenden Untersuchung hergestellt, sondern so, wie sie zur Prüfung eingesandt waren, benutzt wurden, waren sehr uneben und wenig planparallel.

Anstatt der Stanniolbelegungen dicke Platten zu benutzen, dürfte sich weder beim Zweiplatten-, noch beim Dreiplattenkondensator empfehlen, weil die Kapazitätskorrektion wegen endlicher Plattendicke [Gleichung (2) und (5)] zwar für den Luftkondensator hinreichend genau berechnet werden kann, bei der Messung mit zwischengelegter Isolatorscheibe aber wahrscheinlich nicht im Verhältnis der D.-K. größer beobachtet wird. Näheres hierüber bleibt einer späteren Mitteilung vorbehalten.

Die Resultate der Untersuchung sind folgende:

1. Mit einem Zweiplattenkondensator können einigermaßen zuverlässige D.-K.-Bestimmungen an festen Körpern nur unter besonderen Vorsichtsmaßregeln ausgeführt werden. Die Rand-

korrektion und die Teilkapazität gegen Erde sind zu berücksichtigen. Letztere ist durch zwei besondere Messungen zu bestimmen.

2. Für die Berechnung der Kapazität des Dreiplattenkondensators mit Platten beliebiger Dicke wird eine Formel (Gl. 5) mitgeteilt und experimentell bestätigt.

3. Dem Zweiplattenkondensator ist der Dreiplattenkondensator mit geerdeten äußeren Belegungen für die D.-K.-Bestimmung fester Körper vorzuziehen, weil dessen Kapazität unabhängig von der Umgebung, also eindeutig definiert ist. Es ist daher nur eine Kapazitätsmessung notwendig. Auch darin ist ein Vorteil zu sehen, daß die Randkorrektion beim Dreiplattenkondensator einen geringeren Bruchteil der Gesamtkapazität ausmacht als beim Zweiplattenkondensator.

Diskussion.

Kaufmann: Ich habe da während des Vortrags einen Einfall gehabt, ob man nicht das Ziel, die Fehler wegen der am Rand sich bildenden Kraftlinien zu vermeiden, einfacher erreichen kann, indem man nicht den Kondensator kleiner als das Dielektrikum macht, sondern umgekehrt die Platte des Dielektrikums einige Zentimeter kleiner als die Kondensatorplatten, während der Rand genau senkrecht abgeschliffen ist. Man würde dann eine Kapazitätsänderung bekommen proportional mit $(\varepsilon - 1) \cdot f/4\pi d$.

Giebe: Bei diesem Verfahren ist es vielleicht experimentell schwierig, die Oberflächenleitung über die schmale Randfläche der Isolatorscheibe hinreichend klein zu halten. Ferner fragt es sich, wie groß die Fehler werden, wenn die Randflächen der Isolatorscheibe nicht genau senkrecht auf der Ebene der Kondensatorplatten stehen. Ich beabsichtige das von Herrn Kaufmann vorgeschlagene Verfahren, auf welches mich schon Herr Edgar Meyer aufmerksam machte, experimentell zu erproben.

Krüger: Ich möchte fragen, ob nicht hier beim Porzellan die bekannte Methode anwendbar ist, die bei festen Körpern, besonders bei Kristallen, wiederholt benutzt ist, daß man sich ein Flüssigkeitsgemisch herstellt von gleicher Dielektrizitätskonstante, wie sie der zu untersuchende Körper hat, und damit den Kondensator ganz umgibt. Die Randkorrektionen sind dann überflüssig.

Giebe: Für Porzellan würde diese Methode anwendbar sein, nicht aber ohne weiteres bei vielen technischen Isolatoren, z. B. Ausgußmassen, weil diese meist harzigen Stoffe sich in den in Betracht kommenden Flüssigkeiten lösen dürften.

Friedrich Dessauer (Frankfurt a. M., früher Aschaffenburg), Arbeiten mit Funkeninduktoren und Röntgenröhren.

Vor einigen Jahren konnte ich Ihnen auf dem Naturforscherkongreß in Salzburg zum ersten Male mal über erfolgreiche Versuche berichten[1]), die darauf abzielten, die Röntgenaufnahme in überaus kurzer Zeit, und zwar mit einem einzigen Induktionsschlage zu machen. Ich möchte heute über die Fortsetzung dieser Arbeiten berichten, die auch physikalisch in einigen Beziehungen interessant sind.

Zunächst eine kurze Rekapitulation: Eijkman-Scheveningen hat zuerst die große Tragweite dieses Problems erkannt. Wenn auch schon vorher Klingelfuß, Walter, Koch durch Herausziehen von Metallstiften aus Quecksilber mit der Hand, letzterer mit Hilfe des Durchschießens des Leitungsdrahtes mit einer Patrone Versuche gemacht hat, besonders intensive Entladungen mit Induktorien herbeizuführen, wenn dabei auch schon einige Male die menschliche Hand mit einer einzigen Entladung aufgenommen wurde, so zeigte doch erst Eijkman, welche Fülle von Möglichkeiten sich aus einer brauchbaren Lösung der Aufgabe entwickeln ließen. Das menschliche Herz z. B. legt in 0,8 Sekunden zweimal seinen ganzen Weg zurück, der mehr als 1 cm betragen kann. Dabei ist der eine, der kontrahierende Herzstoß (Systole) sehr kurz, dauert weniger als $^1/_{10}$ Sek. Der Herzstoß, durch den Puls weitergetragen, erschüttert die beweglich aufgehängten Teile, und ähnliche Bewegungen finden im lebenden Organismus auch sonst statt. Die Verdauungsbewegung von Magen und Darm (Peristaltik), die Schluckbewegung, Krampfbewegungen, Atmung, sind Beispiele dafür. Die direkte Beobachtung mit dem Durchleuchtungsschirm gibt unzureichende Bilder, weil das Auge zu träge ist. So wie erst die Momentphotographie die wirkliche Stellung einzelner Phasen bei raschen Bewegungen — Galopp, Vogelflug — richtig wiedergab und das Auge sie falsch gesehen hatte, so ist es für die Medizin von enormer Bedeutung, die Form und Lage der Organe in Einzelphasen der Bewegung darzustellen. Darum stellte Eijkman sein Problem, und wie Sie sich vielleicht erinnern, bestand die von mir gefundene Lösung in folgendem: ein Induktorium, dessen Eisenquerschnitt ganz enorm war, eignete sich zur Erzeugung starker Einzelinduktionen. Zu seiner Magnetisierung bedarf es, wenn sie nicht zu lange Zeit in Anspruch nehmen soll, sehr starker Ströme. Um diese Ströme ohne Gefahr der Schädigung

1) Diese Zeitschr. 10, 859, 1909.

von Leitungen aus gewöhnlichen Netzen herausnehmen zu können, muß die Zeit der Stromentnahme zwangsweise abgekürzt werden. Die Beanspruchung der Leitung, das Durchschmelzen der Sicherungen, entspricht dem Ausdruck

$$wi^2t.$$

Verwenden wir eine sehr hohe Stromstärke, so ist das ohne weiteres zulässig, wenn die Zeit sehr kurz gewählt wird. Das wurde so gemacht, daß die Einschaltung zwangsweise nach sehr kurzer Zeit die Unterbrechung herbeiführte. Die Geschwindigkeit der Unterbrechung selbst ist das wichtigste Moment für die Spannung der erzeugten Induktion. Meine ersten Resultate erzielte ich mit einer Maschine, bei welcher durch Federkraft ein Bolzen beschleunigt wurde, der einen Stift aus Quecksilber in dem Momente mitnahm, wo er seine maximale Geschwindigkeit erreicht hatte. Inzwischen bin ich zu einem viel vollkommeneren System gelangt, das ich Ihnen hier vorführe. Um dauernd ganz exakt zu arbeiten, empfiehlt es sich, Unterbrechungen mit Quecksilber zu vermeiden. Auf der Suche nach möglichst schnellen mechanischen Vorgängen kam ich auf die Explosion und umhüllte feine Metalldrähte mit Explosivstoffen, die sich bei Einschaltung des Stromes an dem Metalldraht entzündeten und ihn zerrissen. Die Ergebnisse waren aber mäßig, weil die Explosionsgase leiten. Zu einem vollständig befriedigenden Ergebnis gelangte ich, als ich die „Explosion" auf rein elektrischem Wege erzielte, wie es in dieser Patrone geschieht. Das geht so zu: ein Metallfaden von etwa 0,3 mm Stärke schmilzt schon bei wenigen Ampere Belastung. Wird er durch einen Strom von hundertmal größerer Stärke belastet, so geht er von dem festen gar nicht mehr in den flüssigen Aggregatzustand über, sondern vergast sofort und mit Heftigkeit. Geht das im Innern eines dichten Körpers, wie dieser Patrone, vor sich, so kann das entstehende Gas nicht entweichen, und in dem hohen Drucke erfolgt die Unterbrechung sofort. Der Kondensator ist dabei nicht mehr nötig, wie Sie sogleich sehen werden. Ich zeige Ihnen nun die bei diesem Verfahren zwischen den Polen des Induktoriums im Augenblick der Unterbrechung entstehende Induktionsflamme (Experiment), die sich in eine wunderschöne Flammenspirale aufrollt, wenn die Funkenstrecke nahe genug am Induktorium ist und die Entladungen sich so unter dem Einfluß des Magnetfeldes vollziehen.

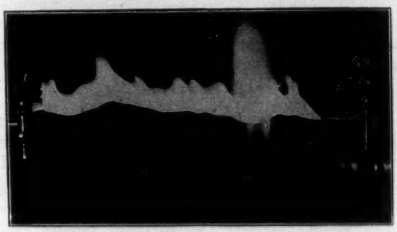


Fig. 1.

Die Vorgänge, welche sich dabei im Induktorium abspielen, hat Herr Professor Dr. Déguisne mit dem Siemens-Oszillographen untersucht und mir gestattet, seine Ergebnisse hier zu demonstrieren (Fig. 3). Sie sehen, daß 4 Hundertstelsekunden nach der Einschaltung der Primärstrom und mit ihm das Magnetfeld auf das notwendige Maximum gestiegen ist, und daß dann in wenig mehr als einer $^1/_{1000}$ Sekunde der Primärstrom von mehr als 250 Amp. auf Null unterbrochen wird — ohne daß ein Kondensator eingeschaltet worden wäre. Man sieht

Fig. 2.

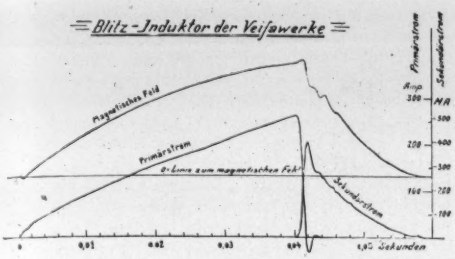


Fig. 3.

leicht ein, daß jede mittlere Leitung diese Belastung verträgt, die zwar absolut genommen sehr hoch ist, aber überaus kurze Zeit andauert. Im vorliegenden Falle wird die Leitung mit weniger Wattsekunden belastet, wie wenn man aus ihr 1 Sekunde lang 10 Ampere entnommen hätte. Im Gegensatz zur Belastung, die von der Zeit abhängt, ist aber die Induktion nur von der absoluten Größe des Primärstromes im Unterbrechungsmoment abhängig.

Die Kurve enthält auch sonst manches Interessante, über das Professor Déguisne in einer besonderen Arbeit berichten will. Ich lenke Ihre Aufmerksamkeit noch auf die Zeit, die verstreicht, vom Beginn der Unterbrechung bis zur maximalen Stromstärke in der Röntgenröhre. Das ist, wenn ich so sagen darf, die Ionisierungszeit der Röntgenröhre, die Zeit, welche verstreicht vom Beginne des Durchbruchs, bis die Röhre ihre völlige Leitfähigkeit erlangt hat.

Ich zeige Ihnen nun hier an einigen Beispielen den Wert der Methode (Demonstration von Phasenbildern des Herzens, der Lunge und von Verdauungsbewegungen, des Schluckaktes; unter den Bildern zeigt eines die Tropfen der im Magen eines Kindes bei dessen heftiger Bewegung aufspritzenden Milch).

An der Kurve ist noch eins interessant. Der ganze Vorgang vom Beginn des Stromschlusses bis zum Aufhören des Sekundärstromes und der vollständigen Entmagnetisierung dauert etwa 6 Hundertstelsekunden. Man kann also mit einem solchen Induktorium in einer Sekunde etwa 16 Aufnahmen machen. Dies bedeutet die Möglichkeit einer Kinematographie der Körperorgane. Bezüglich meiner früheren, mit Eijkman gemeinschaftlich angestellten Versuche einer Kinematographie des Herzschlags verweise ich auf frühere Mitteilungen. Damals konnte man nur eine Aufnahme in 0,8 Sekunden machen, und so wurden auf künstliche Weise von aufeinander folgenden Herzschlägen einer Versuchsperson mit Hilfe eines Verspätungsrelais Phasenaufnahmen gemacht und aneinander gereiht. Nunmehr kann ich Ihnen ein wirkliches Herzkinematogramm vorführen, das einen einzigen Herzschlag eines Menschen zeigt (Vorführung), und das über die einzelnen Stellungen des Herzens bei jeder seiner Aktionen Aufschluß gibt. In gleichzeitig aufgenommenen Sphygmogrammen markiert die Röntgenröhre die genommenen Phasen. (Vorführung der Kinematogramme.)

Die Hauptschwierigkeit bei Röntgenkinematogrammen ist der rasche Wechsel der photographischen Platten. Da auf große schwere, wegen der Undurchlässigkeit in aus Metall angefertigten Kassetten gepackte Platten photo-

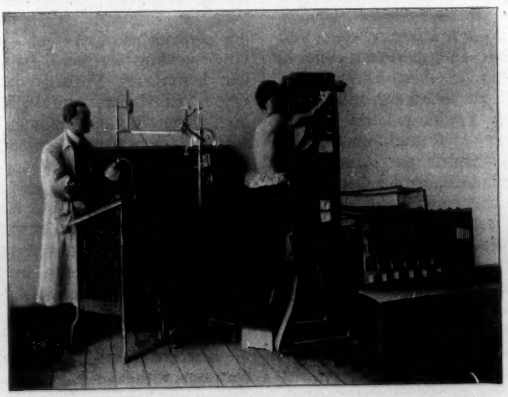


Fig. 4.

graphiert werden muß, so ist die Aufgabe, etwa 10mal in der Sekunde eine Platte mit ungeheurer Geschwindigkeit in die Aufnahmelage zu bringen, sie dort etwa $^1/_{300}$ Sekunde stillzustellen, sie ebenso rasch zu entfernen und dazwischen schon die nächste Platte mit ebenso gewaltiger Geschwindigkeit heranzubringen und so fort. Das ist eine sehr schwierige Aufgabe, die zahlreichen stoßartigen Beschleunigungen — es sind für jede Platte drei: Heranbringen, Stillstellung, Wegschleuderung — mit möglichst geringen Erschütterungen in so kurzer Zeit zu vollführen. Ich will Ihnen die Maschine, die ich gemeinschaftlich mit meinem Assistenten, Herrn Ingenieur Amrhein, zusammen konstruiert habe, hier zeigen und im Betrieb vorführen (Demonstration). Sie sehen (Fig. 4), die Platten vollführen zunächst eine Kreispendelbewegung und am Schluß die Bewegung eines geführten Falles. Zwischen den beiden Beschleunigungen steht die Platte ungemein kurze Zeit still. Die Wahl einer so eigentümlichen Bewegungsform hat ihren Grund darin, daß beim Pendelfall die Endgeschwindigkeit dieselbe ist, wie wenn die Platte um ihre Höhe herabfallen würde, daß dabei aber der Schwerpunkt nur um die Hälfte erniedrigt wird, also ein milder Stoß erfolgt. Die Bewegungen sind untereinander gekuppelt, so daß jede Platte im richtigen Moment das Induktorium einschaltet und die Exposition, wie Sie sehen, in dem Augenblicke erfolgt, wo die Platte stillsteht.

Jede Platte löst die Bewegung der folgenden aus. Jedoch kann man die Bewegung auch willkürlich machen, um langsamere Verläufe zu untersuchen.

Ich will mich bei diesen Dingen nicht länger aufhalten, aber doch noch erwähnen, daß das Einzelschlagverfahren oder, wie wir es auch nennen, die Blitzmethode in der Medizin weite Verbreitung gefunden hat und in dieser Hinsicht hauptsächlich auch von Dr. Alwens in Frankfurt a. M. (Klinik Prof. Dr. Schwenkenbecher) und Dr. Kuepferle, Freiburg i. Br. (Klinik Prof. Dr. de la Camp) gefördert worden ist. Auch die gezeigten Beispiele der Anwendung verdanke ich der Freundlichkeit der Genannten.

Bei den Untersuchungen mit der Einzelentladung habe ich sehr oft Messungen vorgenommen darüber, wie lange die Röntgenröhre beim Durchgange eines Induktionsschlages X-Strahlen emittiert. Die Versuchsanordnung dabei ist sehr einfach; die X-Strahlung fällt durch einen Spalt auf einen rasch rotierenden, eingehüllten Film, dessen Geschwindigkeit genau bekannt ist. Dabei ergeben sich Belichtungszeiten von ein Hundertstel- bis zu ein Fünfhundertstelsekunde. Bei diesen Aufnahmen machte ich

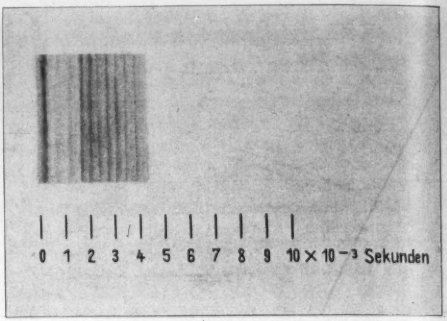


Fig. 5.

immer die Beobachtung, daß die Belichtung keine gleichmäßige war, sondern eine in Zonen abgeteilte, wie es die Fig. 5 zeigt.

Es ergibt sich also die für den ersten Anblick überraschende Tatsache, daß die Röntgenröhre bei ihrem kurzen Aufleuchten nicht dauernd Strahlen aussendet, sondern in einzelnen, von Pausen unterbrochenen Lichtstößen. Die Erklärung wird wohl im Induktorium liegen, das die Entladung in Einzelstößen liefert, welche vielleicht von seiner Eigenschwingung abhängen. Die Wicklungsart der Induktorien bringt es mit sich, daß sie außer ihrer hohen Selbstinduktion auch eine erhebliche Kapazität haben, und es ist vielleicht angebracht, zu untersuchen, ob diese intermittierende Strahlung mit der Eigenschwingung der Sekundärspule in Beziehung stehe.

Ich möchte nicht schließen, ohne auch an dieser Stelle darauf hinzuweisen, daß die Anwendung der Physik auf die Medizin ein ungeheures Grenzgebiet erschlossen hat, in dem unzählige Probleme, wie z. B. die Beziehungen des Zellenlebens zu den Energieformen, der Untersuchung harren. Dabei hat das Gebiet den besonderen Vorzug, daß die auf ihm erzielten Ergebnisse unmittelbar der leidenden Menschheit zugute kommen und, wie Sie ja wissen, schon heute Tausenden das Leben gerettet haben. Möge darum auch das Augenmerk der Physiker sich mehr auf diese Grenzfragen richten, in denen bis jetzt nur wenige, vielfach in der Industrie stehende und darum mit manchen Hindernissen kämpfende Forscher eine bescheidene, wenn auch nicht erfolglose Pionierarbeit geleistet haben.

Diskussion.

Barkhausen: Ich glaube nicht, daß es sich hier um wirkliche Eigenschwingungen des Induktoriums handelt. Eine Eigenschwingung setzt voraus, daß der Strom bald positiv, bald negativ

wird. Es sind sicher die bekannten aufeinanderfolgenden Entladungen in derselben Richtung, wie sie uns ähnlich Herr Glatzel bei Gleichstrom vorgeführt hat.

Dessauer: Ich wollte mit dem Wort Eigenschwingung nicht sagen, daß der Strom sich umkehrt. Ich meinte damit, was Sie auch meinen, daß der Öffnungsimpuls, obwohl er die Nullinie nicht erreicht, oberhalb derselben variiert, daß aber diese Variation von der Eigenschwingung abhängt. (Der Vortragende erläutert das, indem er an der Tafel zeichnet.) So etwas Ähnliches hat Klingelfuß einmal in den Verhandlungen der Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft publiziert. Ich glaube, er hat damals schon gesagt, die Entladung des Induktoriums besteht aus mehreren Teilen, erstens einem Spannungsvorstoß, dann kommt der Stromnachschub, und der ist hier derartig, daß er in einzelnen Impulsen variiert, die hier bis nahe an die Nullinie heruntergehen, aber nie Null werden und nie sich umkehren. Nun hat Klingelfuß mit Quecksilberunterbrechern und Kondensatoren gearbeitet, mit rasch folgenden Unterbrechungen, und da kommen fortgesetzt Störungen hinein, weil die nachfolgende Entladung die vorhergehende beeinflußt. Wenn man da mit dem Einzelschlag arbeitet, kann man weiter kommen. Ich möchte Ihnen anheimgeben, sich mit der Einzelentladung zu beschäftigen. Vielleicht kommt etwas dabei heraus.

Kaufmann: Ich glaube, daß man nach einer Erklärung der Streifung nicht so sehr weit zu suchen braucht, sondern daß es sich hier um das längst bekannte Phänomen der Partialentladungen handelt, die schon im Jahre 1857 von Feddersen untersucht sind und jedesmal auftreten, wenn eine Gasstrecke von nicht zu kleiner Elektrodenkapazität ihre Ladung durch einen genügend hohen Widerstand zugeführt erhält.

K. Goes (Cöln a. Rh.), Vorführung einiger Versuche mit der Gaedeschen Molekularluftpumpe.

Inhalt ähnlich und ausführlicher bei Gaede, Die Molekularluftpumpe und ein neues Prinzip für Luftpumpen: Die Molekularluftpumpe; diese Zeitschr. **13**, 864, 1912.

Diskussion.

Rubens: Zur Messung sehr geringer Drucke kann auch die Untersuchung der Reichweite sehr langsamer Kathodenstrahlen herangezogen werden. Lichtelektrische Kathodenstrahlen von etwa 2 Volt Geschwindigkeit breiten sich auch im hohen Vakuum nur wenige Zentimeter aus, ohne ihren Strahlencharakter zu verlieren. Die Reichweite wächst mit vermindertem Druck.

v. Smoluchowski: Ich möchte fragen, wie eigentlich die Druckangaben der Leistungsgrenze dieser Pumpe (ein Millionstel eines Millimeters und sogar ein Zwanzigstel von einem Millionstel eines Millimeters) erhalten werden, d. h. wie Sie dazu gekommen sind. Es beruht doch wohl auf Berechnung. Man muß aber wohl Bedenken haben wegen der Öldichtung, die doch Dämpfe abgibt. Angaben des Mac-Leod-Manometers sind für Drucke unterhalb des Quecksilberdampfdruckes doch sehr zweifelhaft. Wesentlich zuverlässiger dürfte für niedrige Drucke das Knudsensche absolute Manometer sein, welches auf Radiometerwirkung beruht. Wenn die Drucke nach diesem Instrument gemessen würden, würde ich zu den Angaben mehr Vertrauen haben, als zu Angaben nach rein theoretischen Berechnungen.

Goes: Ich habe mich vielleicht nicht ganz deutlich ausgedrückt. Die erwähnte dynamische Öldichtung bezieht sich nur auf das Vorvakuum, das im günstigsten Falle 0,05 bis 0,1 mm Quecksilberdruck beträgt. Ist der Partialdruck der Öldämpfe im Vorvakuum kleiner als der der Luft, so muß das auch im Hochvakuum der Fall sein. Die Gänge sind so eingerichtet, daß das Hochvakuum mit dem Öl gar nicht in Berührung kommt.

Zweitens, was das Vakuometer angeht, so möchte ich betonen, daß Scheel, Heuse und Gaede genaue Untersuchungen angestellt haben und die Brauchbarkeit des Mac-Leod zur Messung der Partialdrucke permanenter Gase festgestellt haben. Kleine, etwa 5 Proz. betragende Korrektionen sind freilich nach Gaede bei dem Mac-Leod anzubringen, wenn, wie bei der Molekularpumpe in dem Mac-Leod der Totaldruck annähernd um die Dampfspannung des Quecksilbers größer ist als im Rezipienten. Die Angaben bis auf ein Millionstel Millimeter sind der Größenordnung nach richtig. Ob die berechnete Angabe von einem Fünftel eines Millionstel Millimeters zahlenmäßig ganz genau mit dem tatsächlich vorhanden gewesenen Druck übereinstimmt, ist ohne Belang; immerhin geben die Gaedeschen Messungen Anhaltspunkte dafür, wie hoch der Druck gewesen sein mag, und jedenfalls ist er kleiner als ein Millionstel Millimeter gewesen.

Gehlhoff: Wie hoch das erreichbare Vakuum ist, hängt wohl schließlich davon ab, wie schnell das als Dichtungsmittel beim Schliff verwendete Fett verdampft.

Goes: Es ist unmöglich, bei Drucken unter ein Millionstel Millimeter irgendwelches Fett als Dichtungsmittel zu verwenden. Wir verwenden da nur Glasverschmelzung oder Kittungen von Siegellack oder ähnlichen Substanzen.

Gehlhoff: Ich möchte bemerken, daß man die Evakuation ebenso schnell, wie bei dem zuletzt gezeigten Rohr erreichen würde, wenn man ein genügend großes Kohlevolumen und flüssige Luft anwendet. Ferner möchte ich fragen, wie es mit der Evakuierung von Wasserstoff steht, wie groß da die Geschwindigkeit und das erreichbare Vakuum ist.

Goes: Wasserstoff muß sich schlechter evakuieren lassen wie Luft. Der Quotient zwischen dem Vor- und Hochvakuum gestaltet sich während des Absaugens ungünstiger. Es werden sich diejenigen Gase am besten fortpumpen lassen, die die geringste Molekulargeschwindigkeit haben.

Gehlhoff: Welches Vakuum haben Sie bei Wasserstoff erreicht?

Goes: Ich habe das noch nicht einwandfrei gemessen. In der Praxis erhält man dieselben Vakua wie bei Luft, weil der Wasserstoff durch die im Vorvakuum zirkulierende Luft nach kurzer Zeit herausgespült wird und sich das Gleichgewicht für Luft einstellt.

Rohn: Darf ich zu der vorhin erwähnten Methode der Evakuation durch gekühlte Kohle folgendes bemerken: Die Strahlungsempfindlichkeit eines Vakuumbolometers ist ein ungemein empfindliches Kriterium für Veränderungen des Vakuums. Wenn man nun ein Gefäß mit Kokoskohle, die vorher schon im Vakuum ausgeglüht war, in Verbindung mit dem Bolometer setzt, die Kohle dann unter dauerndem Pumpen bei 550° C glüht, bis ein Vakuum von 0,005 mm Druck mit ihr im Gleichgewicht ist, dann ist der Gleichgewichtsdruck bei 200° C bereits $<$ 0,0001 mm. Bei Zimmertemperatur erreicht man dann ohne weiteres einen Druck $<$ 0,00001 mm. Dabei wurden Quecksilberdämpfe dauernd durch Äther-Kohlensäure-Kühlung abgehalten. Sperrt man nun von der Pumpe ab und taucht das Gefäß mit Kokoskohle in flüssige Luft, so wächst die Strahlungsempfindlichkeit des Bolometers sicher weniger als 1 Proz. Daraus folgt, daß man die extremsten Vakua selbst bei größter Sorgfalt durch die von Herrn Gehlhoff erwähnte Methode nicht wesentlich verbessern kann, jedenfalls nicht um eine oder gar mehrere Zehnerpotenzen. Diese Methode scheint häufig überschätzt zu werden.

Goes: Ich bin weit entfernt, die Quecksilberpumpe für schlecht zu halten. Durch Ausfrierenlassen der Dämpfe mittels flüssiger Luft kann eine wesentliche Verbesserung des Vakuums erzielt werden. Doch dürfte, wenn Dämpfe in einer Apparatur vorhanden sind, gerade die Anwendung der Molekularluftpumpe angezeigt sein, da dann die Entfernung der Dämpfe durch Ausfrieren unnötig wird.

Rohn: Ich habe mich nicht gegen das Vorhandensein von Dämpfen gewendet, sondern dagegen, daß sie und ein erheblicher Teil der sonstigen Gasreste sich einigermaßen vollständig auf gekühlter Kohle kondensieren lassen. Dafür, ob das Vakuum noch steigt, ist ja die Strahlungsempfindlichkeit des Bolometers außerordentlich empfindlich.

Goes: Das mag sein.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Zerstreuung des Lichtes in trüben Mitteln.

Von Franziska Herxheimer.

Einleitung.

Im Zusammenhang mit Messungen der Himmelshelligkeit habe ich Versuche angestellt über Zerstreuung des Lichtes an durchsichtigen Teilchen, da das Zerstreuungsgesetz maßgebend ist für das von einer bestimmten Stelle der Atmosphäre ausgehende zerstreute Licht[1]). Neuerdings ist auch eine Theorie von Lord Rayleigh[2]) erschienen, die sich auf solches zerstreutes Licht bezieht, und es war daher von Interesse, die Beobachtungen mit dieser Theorie zu vergleichen. Die Rayleighsche Arbeit ist eine Fortführung seiner früheren theoretischen Abhandlungen[1]) über die Zerstreuung des Lichtes an Körpern, welche klein sind gegen die Wellenlänge des Lichtes. Damals fand er, daß die Intensität des zerstreuten Lichtes unter einem Winkel von 90° gegen die Richtung des einfallenden Strahls ein Minimum besitzt, und daß die Senkrechte zum einfallenden Strahl sich als Symmetrieachse für die Intensität des zerstreuten Lichtes darstellt. Jetzt hat Rayleigh dieselben Überlegungen angestellt für Körper, deren Dimensionen nicht mehr gegen die Lichtwellenlängen vernachlässigt werden können. Die Berechnung konnte aber nur durchgeführt werden entweder für den Fall, daß die Dielektrizitätskonstante des Mediums sich unendlich wenig von der der Umgebung unterscheidet, oder unter der Voraussetzung, daß die Teilchen Kugelgestalt haben.

1) Vgl. Chr. Wiener, Nova Acta, Abhandl. d. Kais. Leop. Carol. Deutsch. Akad. d. Naturforscher **73**, Nr. 1, 1900 und **91**, Nr. 2, 1909.

2) Rayleigh, Proc. of the Roy. Soc. London **84**, 5, 1911.

1) Rayleigh, Phil. Mag. **41**, 107 u. 274, 1871 und **12**, 81, 1881.

Rayleigh machte die zweite dieser vereinfachenden Annahmen und wählte bei der numerischen Berechnung den Wert 2,25 für die Dielektrizitätskonstante. So ergaben sich die in der zitierten Abhandlung enthaltenen Kurven, welche ich mit den durch Beobachtung gefundenen verglichen habe.

Versuchsanordnung für trübe Gase.

1. Für relative Messungen.

Es kam bei meinen Beobachtungen darauf an, die Intensitäten zweier unter beliebigem Winkel abgebeugten Strahlen miteinander zu vergleichen. Dazu diente mir ein Apparat, der schon vor Jahren nach Angaben des Herrn Prof. O. Wiener hergestellt wurde. Er ist dem Photometer sehr ähnlich, welches ich kürzlich in der Zeitschrift für Instrumentenkunde beschrieben habe[1]). Die Flächen eines Lummer-Brodhunschen Kontrastphotometers werden beleuchtet von zwei Strahlenbündeln, die durch zwei in der Horizontalebene drehbare Rohre eintreten und durch je zwei total reflektierende Prismen so zurückgeworfen werden, daß sie den Photometerwürfel immer senkrecht treffen. Der Öffnungswinkel der Photometerrohre beträgt etwa 2^0. Der Apparat ist eingerichtet zur Messung von Flächenhelligkeiten; da natürlich das ganze Gesichtsfeld von der Fläche des betrachteten Lichtstrahls erfüllt wird, ist die Intensität unabhängig von der Entfernung des Photometers von der leuchtenden Fläche.

Als primärer Strahl diente das Licht einer Bogenlampe, die mit 110 Volt und 30 Ampere durchschnittlich brannte. Sie befand sich in einem Verschlag, der durch schwarz verkleidete Wände vollständig von dem Beobachtungsraum abgeschlossen war. Durch eine vor der Lampe stehende große Linse wurde das Licht der Lampe parallel gemacht und trat dann durch eine Blende in den Beobachtungsraum. Zunächst wurde versucht, im Zimmer selbst Pulverrauch zu erzeugen und am entstehenden Strahl zu messen. Es genügte für diese Vorversuche, das von den Wänden reflektierte Licht mittels hinter dem Strahl angebrachter Schirme abzublenden. Da aber das Arbeiten im Pulverrauch recht unangenehm war, da ferner die Pulverteilchen weder eine definierte Gestalt noch untereinander annähernd dieselbe Größe besitzen, wurde ein Kasten zur Aufnahme lichtzerstreuender Medien gebaut. Dieser war viereckig, 150 cm lang, 45 cm hoch und 40 cm tief. Der Deckel lag fest auf, und zum besseren Verschluß diente noch eine Schicht Watte zwischen den Leisten. Innen am Deckel war ein mit 8 Volt laufender kleiner Motor angebracht, mit Hilfe dessen ein kleiner Ventilator zum Umrühren betrieben wurde. Ehe der Strahl in den Kasten eintrat, passierte er eine quadratische Blende von der Seitenlänge 15 cm, die von der Linse etwa $2^1/_2$ m entfernt war. Dieser Weg des Lichtstrahls war umschlossen von einem schwarzen Pappebehälter, der ungefähr die Form eines Pyramidenstumpfs hatte. Da die Lichtstärke des primären Strahls beim Durchsetzen des trüben Mittels im Kasten beträchtlich geschwächt wird, darf man, um möglichst einfache Verhältnisse zu bekommen, nicht zwei verschiedene Stellen des Lichtstrahls photometrisch vergleichen. Die Anordnung wurde also so getroffen, daß dieselbe Stelle des Lichtstrahls unter verschiedenen Winkeln gegen die Richtung des einfallenden Strahls betrachtet wurde. Als diese Stelle wurde die Mitte des Lichtstrahls gewählt. Vor ihr wurde ein Spiegel S (Fig. 1) unter 45^0 gegen

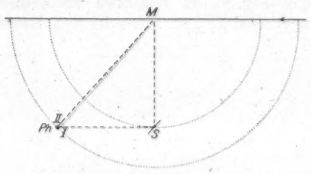


Fig. 1.

die Richtung des primären Strahls auf dem Tisch aufgestellt, der das senkrecht zerstreute Licht in den Apparat Ph reflektiert. (Rohr I in Fig. 1. In den Fig. 1, 2 und 3 sind die primären Strahlen ausgezogen, die sekundären gestrichelt und die Linien auf dem Tisch sowie die Schiene punktiert gezeichnet.) Das in senkrechter Richtung zerstreute Licht diente als Vergleichsintensität. Mit ihr wurde die Intensität in beliebiger Richtung verglichen, indem das andere Rohr (II in Fig. 1) immer auf die Mitte M des Strahls gerichtet blieb und der Apparat an einer Schiene längs eines halbkreisförmigen Tisches herumgeführt wurde. Rohr I mußte für jede Stellung des Apparates anders eingestellt werden. Rohr II stand immer auf 50^0 und war dann genau auf den Mittelpunkt des Kastens gerichtet, der identisch war mit dem des Tisches. (Wenn Rohr II auf 45^0 stand, war es dem Radius des Kastens — dargestellt durch die Schiene — parallel.)

Die photometrische Einstellung erfolgte mit Hilfe absorbierender Rauchgläser in verschiedenen Stärken und zweier gegeneinander verschiebbarer Keile, welche beliebig vor jedes der beiden Rohre gesetzt werden konnten. Die Durchlässigkeiten der Gläser und Keile, sowie

1) F. Herxheimer, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **32**, 55, 1912.

das Reflexionsvermögen der Spiegel wurden auf der Photometerbank sorgfältig bestimmt.

2. Für absolute Messungen.

Die oben beschriebene Anordnung erlaubte nur die Aufnahme relativer Werte für die Intensität in verschiedenen Richtungen bezogen auf die Helligkeit in senkrechter Richtung als Einheit. Um Absolutwerte für die zerstreute Helligkeit zu erhalten, mußte man beispielsweise das in senkrechter Richtung zerstreute Licht mit einer bekannten Lichtquelle vergleichen. Das ist jedoch unmöglich, solange unsere Bogenlampen, wenn sie mit großer Stromstärke brennen, oft innerhalb weniger Sekunden ihre Intensität um mehrere hundert Prozent verändern. Deshalb wurde das senkrecht zerstreute Licht mit einem Teil des ursprünglichen Lampenlichtes selbst verglichen. Ehe der Strahl in das trübe Mittel eintrat, durchsetzte er eine unter 45^0 gegen die Strahlrichtung geneigte Glasplatte G (Fig. 2), so daß etwa ein Zehntel der Anfangsintensität gar nicht in den Kasten ge-

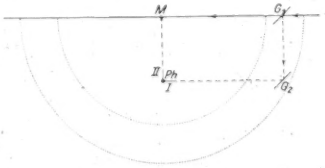


Fig. 2.

langte. Dieser Bruchteil wurde erneut an einer Glasplatte G_2 reflektiert, so daß kaum ein Hundertstel der Anfangsintensität als Vergleichslicht ins Photometer gelangte. Fig. 2 erläutert den Strahlengang. Dieser Bruchteil der Anfangsintensität war noch so hell im Vergleich zur senkrecht zerstreuten Lichtstärke, daß drei bis vier der stärksten zur Verfügung stehenden Rauchgläser hintereinander gesetzt werden mußten, ehe überhaupt ein Vergleich der Gesichtsfelder annähernd möglich wurde. Dann war aber das durchgelassene Licht vollständig rot, so daß nicht exakt photometriert werden konnte. Ich half mir dadurch, daß ich eine fast rein schwarze Flüssigkeit in Küvetten gefüllt an Stelle der Rauchgläser in den Strahlengang einschaltete. Die Zusammensetzung der Flüssigkeit gibt Herr Prof. Goldberg in der Zeitschrift für wiss. Photographie an[1]), der mir auch einen Teil einer von ihm selbst hergestellten Lösung in dankenswerter Weise zur Benutzung überließ.

Mittels dieser Anordnung konnte die Abhängigkeit des zerstreuten Lichtes von der Menge und Art der vorhandenen Teilchen untersucht

1) E. Goldberg, Zeitschr. f. wiss. Phot. 10, 238, 1912.

werden. Demselben Zweck diente die Messung der im primären Strahl verloren gehenden Intensität auf folgende Weise. Am oberen und unteren Ende des Kastens wurden zwei Spiegel S unter 45^0 aufgestellt, die das von zwei um etwa 1 m voneinander entfernten Stellen senkrecht zerstreute Licht ins Photometer reflektierten

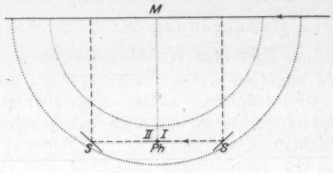


Fig. 3.

(Fig. 3). Natürlich war die von der näher an der Lampe gelegenen Stelle kommende Helligkeit größer, um so größer im Verhältnis zu der der entfernteren Stelle, je dichter das Medium war, da dann um so mehr Licht auf dem dazwischen liegenden Wege sowohl durch seitliche Ausstrahlung als durch reine Absorption verloren ging.

Versuchsanordnung für trübe Flüssigkeiten.

Da die in der Theorie angenommenen Verhältnisse nach Möglichkeit bei meinen Versuchen realisiert werden sollten, schien es angebracht, Versuche an Flüssigkeiten anzustellen, weil bei ihnen die zerstreuenden Teilchen Kugelgestalt besitzen, wenn man als trübendes Mittel eine zweite Flüssigkeit benutzt. Dafür mußte ein Kasten so gebaut werden, daß beim Austritt der abgebeugten Strahlen keine Totalreflexion entstand. Deshalb wurden die Scheiben so angebracht, daß die um 25, 40, 55, 70, 90, 110, 125, 140, 155 Grad abgelenkten Strahlen sie senkrecht durchsetzen (Fig. 4). Die vorspringen-

Fig. 4. Grundriß des Kastens für Flüssigkeiten in $^1/_{20}$ nat. Gr.

den Ecken links und rechts dienen zur Bestimmung der Teilchendichte, ähnlich wie nach Fig. 3.

Versuche.

Bisher wurden nur Versuche an Salmiaknebeln angestellt. Diese entstanden folgendermaßen in dem Kasten. Durch einen zweifach durchbohrten Kork führten zwei Glasrohre in den Kasten, von denen jedes mit dem anderen

Ende in eine Glasflasche mündete. Die Glasflaschen enthielten konzentriertes Ammoniak und rauchende Salzsäure. Durch ein Gabelrohr wurde aus einer Bombe Luft unter etwa 0,8 Atmosphären Druck $^1/_4$ bis $1^1/_2$ Minuten lang durch sie hindurchgeblasen. Die mitgerissenen Dämpfe vereinigten sich im Kasten und bildeten Salmiakteilchen. Die Größe der Salmiakteilchen wurde bei Dunkelfeldbeleuchtung im Reichertschen Mikroskop zu bestimmen versucht. Sie wurden auf einem Glasplättchen aufgefangen, welches eine Hundertstel-Millimeter-Teilung trug. Auf $^1/_{100}$ mm kamen nebeneinander 5 bis 8 Teilchen. Das entspricht einem Durchmesser von 0,002 bis 0,001 mm. Diese Teilchen wurden während der ersten halben Stunde nach ihrer Entstehung aufgefangen.

Tabelle 1.

Intensitäten des durch Salmiaknebel zerstreuten Lichtes unter verschiedenen Winkeln für verschiedene Werte des Absorptionskoeffizienten k.

$10^5 k$	25°	40°	55°	70°	90°	110°	125°	140°	155°
274	19,5	8,4	3,7	1,6	1	0,83	0,83	1,02	1,48
394	17,4	6,9	3,0	1,6	1	1,09	1,38	1,63	2,53
406	20,2	9,0	3,7	1,7	1	0,86	0,88	1,00	1,50
462	17,9	8,4	3,5	1,6	1	0,87	0,85	0,97	1,40
475	29,2	11,6	4,8	2,1	1	0,95	0,96	1,07	1,67
530	17,4	7,9	3,3	1,5	1	0,89	0,90	0,99	1,44
565	18,9	7,3	3,1	1,5	1	0,93	1,04	1,43	1,85
668	20,8	8,1	3,3	1,7	1	0,91	1,02	1,11	1,53
710	17,0	7,7	3,3	1,8	1	1,04	1,06	1,36	1,75
823	22,6	7,6	3,3	1,6	1	0,93	0,89	0,97	1,05

Bei den relativen Messungen gibt Tabelle 1 die erhaltenen Werte. Zeichnet man die Ablenkungswinkel als Abszissen, die Intensitäten als Ordinaten auf, so ergeben sich durchweg innerhalb der Fehlergrenzen dieselben Kurven. Die Größe k in der Tabelle bezeichnet den Absorptionskoeffizienten pro Millimeter, d. h. den von der Einheit der Lichtmenge absorbierten Teil, und ist der Mittelwert aus den unmittelbar vor und nach der Messung aufgenommenen Absorptionswerten. Eine Messungsreihe dauerte etwa 5 Minuten, und während dieser Zeit änderte sich die Kurve nicht ersichtlich. Die in Fig. 5 eingezeichneten Werte entsprechen Messungsreihen mit sehr verschiedenem k. Sowohl aus Tabelle 1 als aus Fig. 5 ist zu entnehmen, daß keine Abhängigkeit der Kurvengestalt von der Dichte des Mediums festgestellt werden kann.

Die Anordnung erlaubte nur Messungen zwischen 25 und 155°.

Bei den Absorptionsmessungen ergab sich folgendes Resultat. Nach der Entstehung der Salmiaknebel stieg die Absorption an, erreichte nach etwa einer Viertelstunde ihr Maximum und

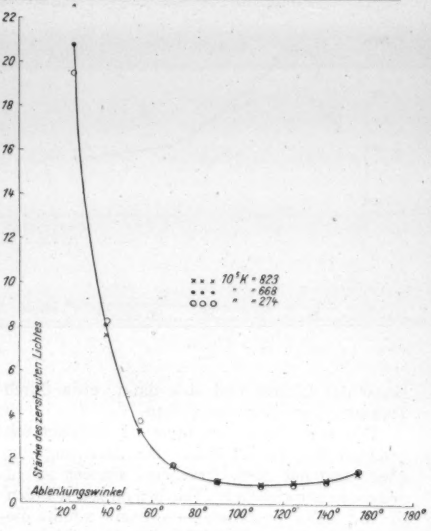


Fig. 5.

Tabelle 2.

Änderung des Absorptionskoeffizienten k mit der Zeit.

	Zeit nach der Entstehung	k
1.	5 min	0,00482
	15	0,00578
	40	0,00443
2.	5	0,00449
	15	0,00476
3.	5	0,00607
	10	0,00707
	25	0,00629
4.	2	0,00343
	15	0,00470
	30	0,00444
5.	2	0,00711
	12	0,00935
	17	0,00915
	32	0,00621
	37	0,00586
	52	0,00544

nahm dann allmählich wieder ab. Tabelle 2 weist nur Messungen auf, bei denen der Salmiaknebel ganz frisch hergestellt wurde. Die dritte und die fünfte dieser Messungen sind in Fig. 6 auch in Kurvenform dargestellt. Schon mit bloßem Auge wurde die Beobachtung gemacht, daß bei der Entstehung der Nebel bläulich erschien und erst nach kurzer Zeit weiß wurde. Das läßt darauf schließen, daß die Teilchen zunächst klein sind gegen die Wellen-

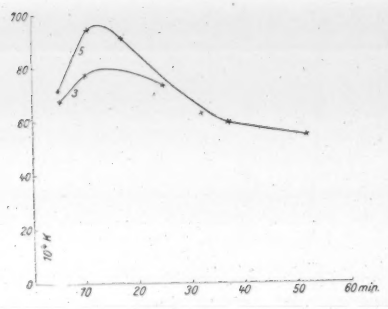


Fig. 6.

länge des Lichtes und sich dann, etwa durch Zusammenlagerung, vergrößern.

Das beobachtete Maximum ist vielleicht folgendermaßen zu erklären. Die Änderung der Absorption hat zwei Ursachen. Erstens setzen sich die herumwirbelnden Teilchen an den Wänden ab und fallen zu Boden — deshalb nimmt die Absorption dauernd gleichmäßig ab. Zweitens ballen sich die Teilchen zusammen und werden größer. Wenn sich gar keine Teilchen absetzen würden, dann hinge die Absorption nur von der Teilchengröße ab. Wenn die Teilchen also gleichmäßig größer würden, dann müßte die Absorption während der Dauer der Beobachtung gleichmäßig zu- oder abnehmen. Da immer ein stark ausgeprägtes Maximum beobachtet wird, ist zu schließen, daß bei einer bestimmten Teilchengröße ein Maximum der Absorption stattfindet. Allerdings kann mit der von mir beschriebenen Versuchsanordnung nicht ohne weiteres festgestellt werden, bei welcher Teilchengröße dies der Fall ist, weil die parallel gehende Ablagerung der Teilchen eine Abnahme der Absorption bewirkt. Doch würde dieser Umstand nicht allein das beobachtete scharfe Maximum bedingen können. Denn würde nur er an der Helligkeitsabnahme schuld sein, so müßte man bei der mit der Teilchengröße zunehmenden Ablagerungsgeschwindigkeit gegen das Ende der Kurve hin eine vermehrte statt der beobachteten verminderten Geschwindigkeit der Helligkeitsabnahme erwarten. Auf dies Maximum der Absorption ist — bei durchsichtigen Medien — meines Wissens noch nirgends hingewiesen worden. Nur Mie hat in seiner Arbeit über die Optik kolloidaler Metalle[1]) berechnet, daß bei kolloidalen Goldlösungen ein solches Maximum der Absorption für Goldkugeln von ca. 100 $\mu\mu$ Durchmesser vorhanden sein muß. Vielleicht liegt bei durchsichtigen Körpern etwas Ähnliches vor.

1) G. Mie, Ann. d. Phys. **25**, 377, 1908.

Vergleich mit der Theorie.

Um die erhaltenen Kurven mit der Theorie vergleichen zu können, mußten für die bei den Versuchen bestehenden Verhältnisse noch verschiedene Korrektionsrechnungen ausgeführt werden.

Wenn der Lichtstrahl sehr tief ist, muß berücksichtigt werden, daß der abgebeugte Strahl um so mehr Licht von den zerstreuenden Teilchen enthält, je weiter der Weg ist, den er in dem vom direkten Lampenlicht getroffenen Teil des Mittels durchläuft. Daher ist folgende Umrechnung nötig (Fig. 7). o ist der Mittelpunkt

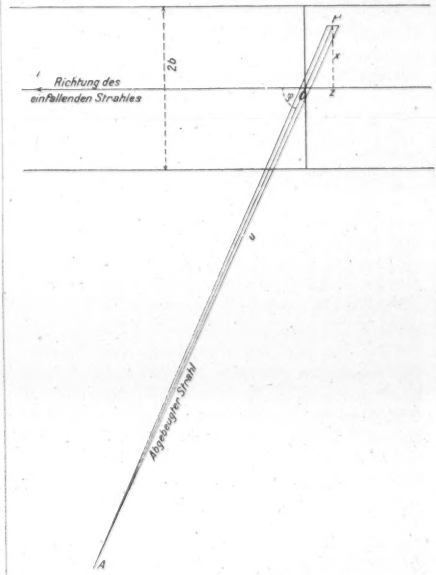


Fig. 7.

des im Kasten verlaufenden Lichtstrahls und Koordinatenanfang. Strecken parallel der Tiefe des Lichtstrahls mögen mit x, parallel der Höhe mit y, parallel der Länge mit z bezeichnet werden, und der primäre Strahl pflanze sich in der negativen z-Richtung fort. Die Höhe braucht jedoch nicht berücksichtigt zu werden, weil für alle Schichten übereinander dieselbe Betrachtung gilt.

Man betrachte ein Volumenelement $f'\,dx$, wo f' ein dem primären Strahl paralleles Flächen-

element ist. Wenn man statt f' das Flächenelement f einführt, nämlich den senkrecht zur Sehrichtung gelegten Schnitt der Elementarpyramide mit der Grundfläche f' in der Entfernung 1 vom Auge A, so ist

$$f' = \frac{f}{\sin\varphi}\, u^2 .$$

Hier ist φ der Ablenkungswinkel und u die Entfernung Auge — Element. Die Koordinaten des Volumenelements seien x, y, z, wo $y = 0$ angenommen werden darf.

$$z = x \operatorname{cotg}\varphi .$$

Der Weg, den der Lichtstrahl im Kasten zurücklegt, ist

$$l - z + \frac{x}{\sin\varphi} + \frac{b}{\sin\varphi} = l + \frac{b}{\sin\varphi} + x\,\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi},$$

wo l die halbe Länge, b die halbe Tiefe des Kastens bedeutet. Dabei wird angenommen, daß der Strahl den Kasten ganz ausfüllt, was angenähert der Fall ist. Nach Rayleigh[1]) ist für ein unendlich kleines Teilchen die Stärke des zerstreuten Lichtes in der Entfernung Eins

$$I = \frac{\pi^2 T^2}{\lambda^4}\left(\frac{\Delta K}{K}\right)^2 (1 + \cos^2\varphi).$$

Hier bedeutet

K die Dielektrizitätskonstante der Umgebung,

ΔK den Unterschied zwischen den Dielektrizitätskonstanten des Teilchens und der Umgebung,

T das Volumen des Teilchens und λ die Wellenlänge des Lichtes. Die Stärke des einfallenden Lichtes ist gleich Eins gesetzt[2]).

Enthält 1 ccm ν Teilchen, so gelangt von ihm die Intensität ins Auge

$$I = \nu\,\frac{\pi^2 T^2}{\lambda^4}\left(\frac{\Delta K}{K}\right)^2 (1 + \cos^2\varphi).$$

Bei größeren Teilchen muß an Stelle von

$$\frac{\pi^2 T^2}{\lambda^4}\left(\frac{\Delta K}{K}\right)^2 (1 + \cos^2\varphi)$$

der numerische Wert aus den Rayleighschen Kurven (s. w. u.) entnommen werden. Ich nenne den eben hingeschriebenen Ausdruck oder die entsprechende Zahlengröße c. Dann ist die von dem betrachteten Volumenelement bei A in Fig. 7 erzeugte Lichtstärke[3])

$$c\nu f' dx\,\frac{1}{u^2}\, e^{-k\left(l + \frac{b}{\sin\varphi} + x\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)} =$$

$$= c\nu\,\frac{f}{\sin\varphi}\, dx \cdot e^{-k\left(l + \frac{b}{\sin\varphi} + x\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)}.$$

Integration über x zwischen den Grenzen $-b$ und $+b$ gibt

$$c\nu\,\frac{f}{\sin\varphi}\, e^{-k\left(l + \frac{b}{\sin\varphi}\right)} \int_{-b}^{+b} e^{-k\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}x}\, dx =$$

$$- c\nu\,\frac{f}{k(1-\cos\varphi)}\, e^{-k\left(l + \frac{b}{\sin\varphi}\right)} \left\{ e^{-k\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}x} \right\}_{-b}^{+b}$$

$$= c\nu\,\frac{f}{k(1-\cos\varphi)}\, e^{-k\left(l + \frac{b}{\sin\varphi}\right)} A,$$

$$A = \left\{ e^{k\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}b} - e^{-k\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}b} \right\}.$$

Das Licht, das — einmal zerstreut — wieder andere Teilchen beleuchtet und dann zum zweiten Male abgebeugt ins Photometer gelangt, braucht bei der Berechnung nicht berücksichtigt zu werden, da die Umgebung des primären Strahls im Photometer vollständig dunkel erscheint.

Dagegen ist folgende Korrektion sehr wichtig. Als einfallende Intensität darf nicht nur die des einfallenden Strahls, der von der Lampe herkommt, angenommen werden, sondern auch die des reflektierten Strahls, der von der Glaswand herkommt, welche auf der anderen Seite den Kasten abschließt. Die zweite Intensität wurde als 0,117 von der der ersten experimentell gefunden. Die Wirkungen der in entgegengesetzter Richtung sich fortpflanzenden primären Strahlen superponieren sich, und zwar macht der von dem reflektierten Strahl herrührende Betrag beim Ablenkungswinkel von 155° mehr als 100 Proz. der vom direkten Strahl herrührenden Lichtstärke aus. Diese Korrektion ist natürlich bei der Kurve der Fig. 8 angebracht.

Ferner muß berücksichtigt werden, daß die Vorderwand des Kastens die Lichtstrahlen mehr oder weniger durchläßt, je nach dem Winkel, unter dem sie sie durchsetzen. Ich habe diese Korrektion nach den Fresnelschen Formeln für die beiden von Rayleigh angegebenen senkrecht zueinander schwingenden Komponenten berechnet, habe aber gefunden, daß die Unterschiede gegen die unkorrigierten Werte unwesentlich sind gegenüber den Versuchsfehlern.

Ich habe nun mit den angegebenen Korrektionen die Kurven berechnet, welche den oben für $\nu = 1$ gefundenen Ausdruck als Funktion von φ darstellen, indem ich aus den

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (4) **41**, 113, 1871.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) **12**, 81, 1881. Die Größe $(\Delta K) : K$ entspricht dem $(D' - D) : D$ der früheren elastischen Theorie. Es steht übrigens vielfach $K\Delta K^{-1}$ dafür, auch in die Scientific Papers ist dieser Druckfehler übergegangen. Vgl. z. B. Formel (61).

3) Für die Einführung der Exponentialfunktion vgl. z. B. Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) **47**, 377, 1899, Gleichung (4).

Rayleighschen Kurven[1]) die Amplituden der beiden Komponenten entnahm und ihre Quadrate addierte und diese Werte an Stelle von c einsetzte. Rayleigh gibt Kurven für $\eta = 2{,}25$, $\eta = 2{,}0$, $\eta = 1{,}75$ und $\eta = 1{,}5$, wo $\eta = \frac{2\pi R}{\lambda}$ ($2R =$ Durchmesser des Teilchens, $\lambda =$ Lichtwellenlänge).

In Fig. 8 ist die Kurve gezeichnet, welche

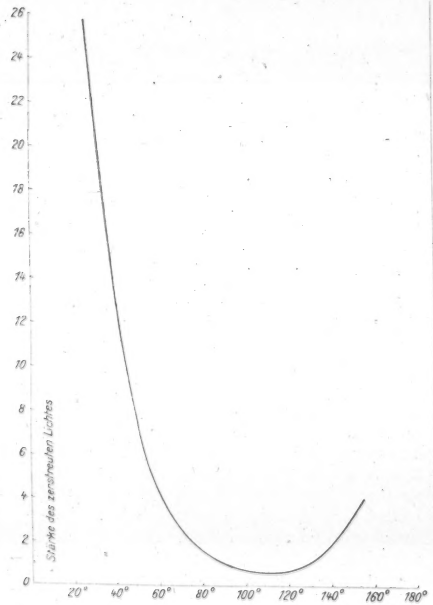


Fig. 8.

ich unter Zugrundelegung der Werte für $\eta = 2{,}0$ und für $k = 0{,}002$ erhielt. (Es wurde auch für $k = 0{,}003$ usw. bis $k = 0{,}008$ gerechnet, also im Bereiche der Werte, welche nach Tabelle 1 für Salmiakteilchen gefunden wurden. Es ergaben sich aber nur geringe Abweichungen.) Ihr allgemeiner Verlauf stimmt mit dem der experimentell gefundenen Kurve der Fig. 5 überein, auch das Minimum hat ungefähr dieselbe Lage. Die theoretisch abgeleitete Kurve steigt jedoch zu beiden Seiten des Minimums steiler an. Die Übereinstimmung wird weniger gut, wenn man $\eta = 2{,}25$ oder $\eta = 1{,}75$ wählt, doch bleibt auch hierbei der allgemeine Verlauf und die Lage des Minimums erhalten. Es kann jedoch beim Vergleich von Theorie und Experiment hier auch nur eine Übereinstimmung ganz allgemeiner Natur erwartet werden. Denn die Salmiakteilchen besitzen weder Kugelgestalt, noch sind sie vollkommen durchsichtig, Verhältnisse, welche erst durch Beobachtungen an Flüssigkeiten verwirklicht werden können.

1) Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. London **84**, 42, 1911.

Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse.

Es wurde eine Methode gefunden, nach der die Abhängigkeit der Intensität des in trüben Mitteln — sowohl in einem Gas als auch in einer Flüssigkeit — zerstreuten Lichtes vom Ablenkungswinkel beobachtet werden konnte.

Mit dieser Methode wurden Versuche an Salmiaknebeln angestellt, und die erhaltenen Kurven wurden mit den von Rayleigh gegebenen, für die bestehenden Verhältnisse umgerechneten Kurven verglichen. Dabei ergab sich im allgemeinen befriedigende Übereinstimmung.

Es wurde ferner festgestellt, daß die Absorption des Lichtes im Salmiaknebel sich nach seiner Entstehung beträchtlich ändert, und daß sie nach etwa einer Viertelstunde ein Maximum erreicht. Die Vermutung scheint begründet, daß dies Maximum der Absorption bei einer bestimmten Teilchengröße stattfindet.

Die Veröffentlichung dieser noch nicht in jeder Richtung abgeschlossenen Untersuchung erfolgte, weil ich sie abzubrechen mich genötigt sah. Sie wird von anderer Seite fortgesetzt werden.

Zum Schluß sei mir gestattet, Herrn Prof. Dr. Wiener für sein reges Interesse an meiner Arbeit und Herrn Dr. W. Möbius für seine freundliche Unterstützung meinen Dank auszusprechen.

Leipzig, Physikal. Institut der Universität, August 1912.

(Eingegangen 4. Oktober 1912.)

Untersuchung der Emission der *D*-Linien bei verschiedenen Natriumverbindungen.

Von Konstantin Iwanow.

1. Die Frage nach den Bedingungen, die für das Leuchten der Gase und Dämpfe in Betracht kommen, ist trotz einer großen Menge von Untersuchungen bei weitem nicht gelöst. Wenn wir auch einige mit der Erfahrung verträgliche Vorstellungen auf Grund der Elektronentheorie über den Mechanismus des Leuchtens besitzen, so wissen wir doch sehr wenig von

denjenigen Umständen, die in erster Linie für die Erregung der Bewegung der Elektronen, d. h. eben für das Entstehen des Leuchtens maßgebend sind. Die Tatsache, daß Gase und Dämpfe unter gewissen Umständen das charakteristische Spektrum bei so niedrigen Temperaturen zu emittieren beginnen, bei denen die betreffenden Wellenlängen von einem schwarzen Körper gleicher Temperatur nicht merklich emittiert werden können, hat die Forscher zu der Überzeugung geführt, daß jedenfalls nicht nur die Temperatur bei diesem Leuchten die entscheidende Rolle spielt. Um aber zu zeigen, wie die Meinungen hierüber sich geteilt haben, mögen nur einige Arbeiten aus einer großen Zahl zitiert werden[1]).

So kam Pringsheim[2]) auf Grund seiner bekannten Untersuchungen zu dem Schluß, daß nur chemische Prozesse in einer Flamme das Leuchten hervorrufen. Dagegen zeigte Paschen[3]) in einer Reihe von Arbeiten, daß Gase und Dämpfe das charakteristische Spektrum emittieren können unter Umständen, bei denen die Möglichkeit der chemischen Reaktionen oder thermischen Dissoziationen ausgeschlossen ist, also nur infolge von Temperaturbedingungen.

Andererseits hat die Elektrizitätsleitfähigkeit der Flammen, in denen Metalldämpfe leuchten, und die Tatsache, daß Gase in Geißlerschen Röhren durch elektrische Entladungen zum Leuchten erregbar sind, Anlaß dazu gegeben, in Bedingungen rein elektrischen (speziell elektrolytischen) Charakters die Erklärung des Leuchtens zu suchen. So hat Arrhenius[4]) auf Grund seiner Untersuchungen über die Leitfähigkeit der in Flammen befindlichen Metallsalzdämpfe die Meinung ausgesprochen, daß Leitfähigkeit und Leuchten Hand in Hand gehen. Das widerspricht aber schon früheren Arbeiten von Mitscherlich[5]) und Gouy[6]); und spätere Untersuchungen haben gezeigt, daß man Flammen herstellen kann, die fast nicht leuchten, aber gut leiten. Endlich zieht Lenard[7]) in einer sehr interessanten Untersuchung „Über die Lichtemission der Alkalimetalldämpfe usw." den Einfluß sowohl der Temperatur, wie auch der chemischen und elektrischen Prozesse heran, um das Entstehen des Leuchtens zu erklären und sucht die Rolle eines jeden der genannten Faktoren zu bestimmen.

Es scheint hiernach keinem Zweifel zu unterliegen, daß sowohl thermische, wie auch chemische oder elektrische Faktoren für sich selbst oder in gegenseitiger Wechselwirkung genommen, das Leuchten eines Gases oder Dampfes hervorrufen können. Wie aber dabei (in jedem einzelnen Falle) die Rollen verteilt sind, davon wissen wir wenig. Es ist klar, daß die Aufklärung aller dieser Fragen nur gefunden werden kann durch die möglichst genaue Untersuchung aller Vorgänge einerseits, die sich in der emittierenden Lichtquelle abspielen, andererseits der Eigenschaften der emittierten Spektrallinien.

2. Auf Anregung des Herrn Prof. Voigt habe ich es unternommen, zu untersuchen, ob sich Unterschiede in der Emission der *D*-Linien bei Verdampfung äquivalenter Mengen verschiedener *Na*-Salze in derselben Flamme nachweisen und zahlenmäßig fassen ließen. Daß hier gewisse Verschiedenheiten vorliegen, zeigt der unmittelbare Augenschein, wenn man in dieselbe Flamme einmal eine Perle von Na_2CO_3, das andere Mal eine solche von $NaBr$ bringt. Die Emission ist im letzteren Falle ungleich stärker. Man könnte sich etwa denken, daß die Elektronen des *Na*-Atoms schon in dem Molekül emittieren und sonach in verschiedenen Molekülen Linien mit verschiedenen Parametern liefern oder aber, daß sie erst nach dem Austritt des Atoms aus dem Molekül zu emittieren beginnen, aber bei dem Austritt aus verschiedenen Molekülen verschiedene Schwingungsenergie überkommen oder endlich, daß von äquivalenten Mengen verschiedener Salze eine ungleiche Anzahl *Na*-Atome in emittierendem Zustande sind. Eine zahlenmäßige Fassung dieser Verschiedenheiten erschien nur allein durch eine Bestimmung der relativen und absoluten Intensitäten der Spektrallinien möglich, die ja in bekannter Weise von den Parametern der Elektronenbewegung abhängen. Hierzu kam für mich nur die photographisch-photometrische Meßmethode in Betracht, die von den Herren Koch[1]) und Brotherus[2]) ausgearbeitet worden ist.

Die letztgenannte Methode besteht darin, daß die zu untersuchenden Spektrallinien photographiert und die von ihnen auf der photographischen Platte hervorgerufenen Schwärzungen photometriert werden. Um den Übergang von diesen Schwärzungen zu den entsprechenden Intensitäten zu ermöglichen, photographiert man

1) Besprechung der Literatur bis 1900 siehe bei H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie, Bd. II, S. 139 bis 185.
2) E. Pringsheim, Wied. Ann. **45**, 428—459, 1892.
3) F. Paschen, Wied. Ann. **50**, 409—443, 1893; **51**, 1—39, 1894; **52**, 209—237, 1894.
4) Arrhenius, Wied. Ann. **42**, 18—76, 1891.
5) A. Mitscherlich, Pogg. Ann. **116**, 499—507, 1862; **121**, 459—488, 1864.
6) A. Gouy, C. R. **85**, 439—442.
7) P. Lenard, Ann. d. Phys. **17**, 196—247, 1905.

1) P. P. Koch, Ann. d. Phys. **30**, 840, 1909.
2) Hj. Brotherus, diese Zeitschr. **12**, 193, 1911; Gött. Diss. 1911; Ann. d. Phys. **38**, 397, 1912.

auf derselben Platte eine Reihe von Intensitäten (Intensitätsskala), deren Verhältnis bekannt ist, mißt die dadurch verursachten Schwärzungen und bekommt auf diese Weise (analytisch oder graphisch) das Gesetz der Abhängigkeit der Schwärzung von der Lichtintensität und von der Expositionszeit für die gegebene Platte. Obgleich diese Methode etwas umständlich ist, hat sie im Vergleich mit anderen nicht nur den Vorzug, von den Schwankungen in der Lichtquelle unabhängig zu sein; sie erlaubt überdies im Falle kleiner Intensitäten durch die Verlängerung der Expositionszeit jederzeit in das Gebiet der gut meßbaren Größen zu gelangen.

3. Die Anordnung, die ich benutzte, um eine gefärbte Flamme herzustellen, war fast dieselbe, wie bei Herrn Brotherus (l. c.). Aus einem Kessel ($v = 0{,}6$ m³), der auf 7—8 Atm. gepumpt wurde, strömte die Luft durch ein regulierbares Ventil in einen 60 Liter großen, mit Quecksilbermanometer versehenen Ballon, von hier in den Gouy-Zerstäuber (Fig. 1) und,

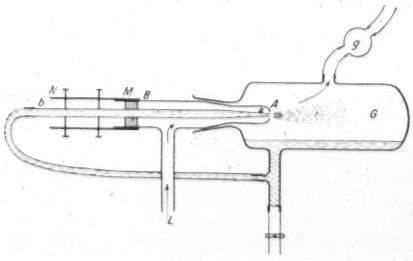


Fig. 1.

mit fein zerstäubter Salzlösung gesättigt, endlich in den Brenner (Fig. 2). Das Leuchtgas ge-

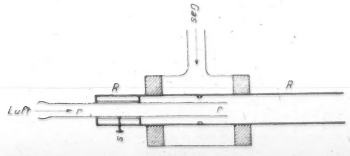


Fig. 2.

langte in den Brenner ebenfalls nach Passieren eines 40 Liter großen, mit Wassermanometer versehenen Ballons. Beide Ballons dienten dazu, die Schwankungen in der Gas- und Luftzufuhr auszugleichen. Das Manometer ließ erkennen, ob die dem Brenner zuströmenden Luft- und Gasmengen konstant blieben oder nicht.

Die Konstruktion des Zerstäubers ist aus Fig. 1 ersichtlich.

An einem zylindrischen Gefäß G war seitlich mit einem Schliff das Rohr AB befestigt. Das in das Gefäß hineinragende Ende des Rohrs war zu einem kreisrunden Loch ($d = 1{,}5$ mm) verengt, das andere Ende mit einem Gummipfropfen geschlossen. Durch den Gummipfropfen war axial zu AB ein viel engeres Rohr ab eingeschoben, dessen Ende a in eine Öffnung von 0,8 mm Durchmesser ausgezogen war, und konzentrisch mit der Öffnung A orientiert. Die Luft kam in das äußere Rohr AB durch das seitliche Ansatzrohr L, die Flüssigkeit aus dem Gefäß G durch einen Gummischlauch ins Rohr ab. Da die Zerstäubungskraft, ceteris paribus, von der Lage der Öffnung a in dem Loch A abhängt, so war es für meine Versuche wichtig, dem Rohr ab eine feste Lage zu geben. Dies geschah in der Weise, daß auf das Rohr AB ein Messingrohr MN mit sechs (in der Fig. 1 nur vier) Schrauben, je drei in einer Ebene, aufgeschoben und durch Siegellack befestigt war. Einmal mittels dieser 6 Schrauben richtig orientiert, blieb das Rohr ab monatelang in derselben Lage.

Das kleine Gefäß g und ein ungefähr 25 cm langer Gummischlauch, welche die Luft passieren mußte, bevor sie in den Brenner gelangte, hatten den Zweck, größere Tropfen aufzuhalten, so daß schließlich nur sehr fein zerstäubte Flüssigkeit in den Brenner gelangte.

Die Konstruktion des Brenners erhellt aus Fig. 2.

RR ist ein Messingrohr ($l = 10$ cm, $d = 0{,}8$ cm). Das Leuchtgas kommt in einen Glasmantel, der das Rohr RR umgibt, und tritt durch sechs Löcher in den Brenner hinein. Die Luft gelangt in den Brenner durch das mit RR koaxiale Rohr rr ($l = 8$ cm, $d = 0{,}5$ cm), das längs der Achse beweglich war und mittels einer seitlichen Schraube s in bestimmter Stellung festgeklemmt werden konnte. Die Verschiebbarkeit des Rohres rr war in der Beziehung nützlich, daß man während des Brennens durch das Verschieben diejenige Stellung finden konnte, bei welcher die Flamme vollständig ruhig brennt.

Um außerdem (bei gegebener Gas- und Luftzufuhr) die Form der Flamme zu ändern, konnte man Endstücke von verschiedener Form auf das Rohr aufschrauben.

4. Zum spektralen Zerlegen des Lichtes benutzte ich ein großes Rowlandsches Plangitter mit 14000 Furchen pro inch. Mittels einer Linse ($F = 5{,}5$ cm) wurde das Bild eines bestimmten (ungefähr 1 cm hohen) Bereiches der Flamme auf den Spalt des Kollimatorrohres

($l = 130$ cm) geworfen. Das in der Fokalebene des Fernrohres ($l = 280$ cm) erhaltene Bild konnte mittels eines Teleobjektivs 2,85 mal linear vergrößert werden, so daß der Abstand der beiden *D*-Linien auf der photographischen Platte im Spektrum zweiter Ordnung (in der immer gearbeitet wurde) 5,8 mm betrug. Eine solche Vergrößerung brachte selbstverständlich eine beträchtliche Verkleinerung der Helligkeit der *D*-Linien mit sich, so daß die Expositionszeit bis auf 3 Stunden verlängert werden mußte. Dafür war der schädliche Einfluß der körnigen Struktur der photographischen Platte merklich verringert und alle photometrischen Messungen der Schwärzungen ließen sich mit größerer Genauigkeit ausführen.

5. Zum Photometrieren der Schwärzungen stand mir ein Hartmannsches[1]) Mikrophotometer zur Verfügung, das dem Institut durch Herrn Prof. Zenneck in Danzig freundlichst geliehen war. Dank der starken Vergrößerung im Spektroskop konnte ich eine schwache Vergrößerung im Mikrophotometer verwenden. Bei derjenigen Vergrößerung, mit der ich gewöhnlich arbeitete, spiegelte das im Glaswürfel befindliche Spiegelchen eine Fläche von $0{,}600 \times 0{,}034$ mm² auf der photographischen Platte ab. Dabei war die spezifische Struktur des Kornes so wenig bemerkbar, daß es sich als überflüssig erwies, einen neuen photographischen Keil aus derselben Plattensorte, die mir zum Photographieren der *D*-Linien dienten, herzustellen; es wurde der Keil benutzt, welcher dem Apparat beigegeben war.

Die Intensitätsskala wurde nach der von W. Voigt gegebenen Methode erzielt[2]). Das Licht derselben Natriumflamme wurde mittels eines kleinen Prismenspektrokops zerlegt und das gelbe Licht der *D*-Linien abgesondert. Dann wurde das *D*-Licht als Parallelbündel durch zwei gekreuzte Nicols geschickt, zwischen denen sich ein doppelter Quarzkeil befand, der parallel der optischen Achse geschliffen war. War der Quarzkeil so orientiert, daß die optische Achse einen Winkel von 45° mit den Polarisationsebenen der Nicols bildete, so entstand im austretenden Lichtbündel das bekannte Interferenzbild, bestehend aus abwechselnd hellen und dunklen Streifen, wobei die Intensität des Lichtes senkrecht zu den Streifen sehr nahe nach dem Gesetze

$$i = i_0 \cdot \cos^2 \frac{\pi x}{l}$$

variiert. Hier bedeutet i die Lichtintensität in dem Punkte, dessen Abstand vom Orte mit der maximalen Intensität i_0 x ist; l ist der Abstand zwischen zwei entsprechenden Punkten zweier benachbarter heller oder dunkler Streifen.

Um der mühsamen Bestimmung der Schwarzschildschen[1]) Konstante für die benutzte Platte zu entgehen, wurde die Intensitätsskala mit derselben Expositionszeit aufgenommen wie die *D*-Linien. Dann braucht man nur die von der Intensitätsskala verursachten Schwärzungen photometrisch zu messen und deren Abhängigkeit von den entsprechenden Lichtintensitäten graphisch darzustellen. Solches Diagramm erlaubt sehr leicht alle anderen mit demselben Keil gemessenen Schwärzungen in Lichtintensitäten überzuführen. Wie begreiflich, sind dabei unsere Resultate ganz unabhängig davon, in welchen Einheiten die Schwärzungen, und da es sich um die relativen und nicht absoluten Lichtintensitätsmessungen handelt, auch die Lichtintensitäten gemessen werden. Als 100 wurde die maximale Intensität eines hellen Streifens im obengenannten Interferenzstreifenbilde angenommen.

6. Da die einzelnen photographischen Platten auch von demselben Paket manchmal beträchtliche Unterschiede in der Empfindlichkeit zeigen können, war es nötig, alle zu vergleichenden Intensitäten und die Intensitätsskala auf einer und derselben Platte zu photographieren. Da ich höchstens sechs Aufnahmen auf einer Platte machen konnte, so mußte ich die Zahl der zu untersuchenden Natriumsalze einschränken. Es wurden untersucht: NaJ, $NaBr$, $NaCl$, $NaNO_3$ und Na_2CO_3. Schließlich hatte die photographische Platte mit photographierten *D*-Linien und Intensitätsskala die Gestalt, welche schematisch in Fig. 3 gezeigt ist. Um zu prüfen, ob nicht örtliche Unterschiede[2]) in der Lichtempfindlichkeit auf der Platte zu finden sind,

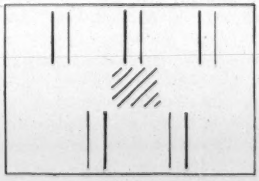


Fig. 3.

1) J. Hartmann, Ztschr. f. Instrumentenkunde **19**, 97, 1899.
2) Hj. Brotherus, l. c.

1) K. Schwarzschild, Astrophys. Journ. **11**, 89, 1900.
2) Diese örtlichen Unterschiede können z. B. dadurch entstehen, daß die Platten nach der Sensibilisierung in vertikaler Lage austrocknen.

wurden manchmal zwei Intensitätsskalen näher an den Rändern der Platte photographiert.

Die benutzten Platten waren Panchromatic-*A*-Platten von Wratten & Wainwright (Croydon, England). Die Expositionszeit jeder Aufnahme betrug (wie gesagt) 3 Stunden. Obgleich das Spektroskop lichtdicht war und das diffuse Licht nur durch den Spalt, der bei allen Versuchen, wo es sich um die Intensitätsverteilungsmessungen handelte, 0,031 mm breit war, zur Platte gelangen konnte, so wurde nichtsdestoweniger der Arbeitsraum vollständig verdunkelt. Es gelang übrigens trotzdem nicht, eine geringe Verschleierung der Platten zu vermeiden. Ob wirklich diese Verschleierung eine Folge des diffusen Lichtes ist oder aber der Art der Entwicklung, das konnte nicht aufgeklärt werden. Es wurde nur bemerkt, daß je mehr Aufnahmen auf einer Platte waren, desto größer der Schleier war. Das konnte aber nicht so gedeutet werden, daß mit der Verlängerung der Gesamtexpositionszeit mehr diffuses Licht auf die Platte gefallen wäre, da bei jeder Aufnahme nur ein kleiner Teil der Plattenfläche der Wirkung etwaigen diffusen Lichtes ausgesetzt gewesen wäre.

Die Platten wurden in üblicher Weise mit „Rodinal" (1 : 20) 3,5 Min. entwickelt, gewaschen, mit „Agfa"-Fixiersalz fixiert, wieder (45 Min.) gewaschen und getrocknet.

Es war sehr wichtig, besonders bei so langer Exposition, daß während des Photographierens keine Änderung in der ganzen Einrichtung eintrat. Die großen Dimensionen des Spektrographen ließen einen schädlichen Einfluß der Temperatur vermuten. Es wurde daher immer die Temperatur im Zimmer vor und nach der Exposition gemessen. Da die Heizung im Winter völlig abgesperrt war, konnte die Luft nur durch die Flamme erwärmt werden; diese Erwärmung betrug aber innerhalb 3 Stunden höchstens $2{,}5^0$ C und übertrug sich jedenfalls nur zum kleinen Teil auf die starke Eisenkonstruktion des Spektrographen. Die dadurch hervorgerufenen Änderungen im Spektroskop sind, wie leicht zu berechnen, ganz zu vernachlässigen. Da der Zerstäuber, bei der oben skizzierten Konstruktion, während 3 Stunden gleichmäßig und tadellos funktionierte und die Gaszufuhr keine merklichen Schwankungen zeigte, so brauchte der Raum sogar nicht betreten zu werden, zumal auch der Luftstrom von außen reguliert werden konnte. Das letztere hat sich aber als überflüssig erwiesen.

7. Die Salze wurden als wäßrige Lösungen in die Flamme hineingebracht. Die Lösungen enthielten äquivalente Mengen verschiedener Salze, oder, in gleichen Mengen genommen, enthielten die Lösungen gleiche Mengen Natrium. Obgleich zum Erzielen intensiven Lichtes die Lösungen möglichst konzentriert sein müßten, so waren doch folgende Umstände zu beachten: 1. es können nicht alle Salze in genügend großen und bei gewöhnlichen Temperaturen stabilen Konzentrationen genommen werden; 2. bei starken Konzentrationen macht sich die Zähigkeit und die Dichte der Lösung bemerkbar, so daß in gleichen Zeiten ungleiche Mengen Lösung in den Brenner gelangen; 3. bei gewissen Konzentrationen tritt sozusagen eine Sättigung der Flamme mit dem Salz ein, derart, daß eine weitere Verstärkung, z. B. Verdoppelung der Konzentration, die Helligkeit der Flamme nur um weniges steigert. Die Grenze ist natürlich von den gegebenen Bedingungen in der Flamme abhängig. Die stärksten Konzentrationen, die bei meinen Versuchen zur Verwendung kamen, enthielten 5 Proz. *Na*; die Konzentrationen der einzelnen Salze waren dabei: *NaJ* 32,3 Proz., *NaBr* 22,3 Proz., *NaCl* 12,6 Proz., $NaNO_3$ 18,5 Proz., Na_2CO_3 (wasserfrei) 11,5 Proz.

Vorläufige Versuche haben gezeigt, daß die in die Flamme pro Zeiteinheit gelieferte Natriummenge an und für sich genommen nicht maßgebend für die „emittierende Dampfdichte" erscheint. Bei einer und derselben Natriummenge kann man die Helligkeit und die Breite der *D*-Linien in ziemlich weiten Grenzen ändern, indem man das Verhältnis zwischen zuströmenden Mengen von Leuchtgas und Luft und auch die Gestalt der Flamme variiert. Es wurde daher besonders dafür gesorgt, daß beim Ersatz einer Salzlösung durch die andere alle Umstände, wie Gas- und Luftzufuhr, die Höhe der Flamme usw. dieselben blieben.

8. In der einen Reihe von diesen vorläufigen Versuchen traten immer die gleichen Mengen von Luft und Gas in den Brenner ein, nämlich wie spätere Messungen mit einer Gasuhr zeigten, 2,5 Liter pro Minute. Die Flamme hatte eine Höhe von 30 cm, innerer Kegel 26 cm. Die unmittelbaren Wägungen des Zerstäubers mit dem Brenner und allen Verbindungsteilen vor und nach der Exposition zeigten einen Verlust im Gewicht von 15,32 g im Durchschnitt. Die Abweichungen von dieser Zahl nach beiden Seiten lagen innerhalb 2 Proz. und waren gar nicht systematisch. Es gelangte also in die Flamme 0,071 mg *Na* pro Sek. Auf den Spalt wurde ein ungefähr 1 cm hoher Bereich aus der Mitte der Flamme projiziert. Bei den angeführten Bedingungen war die Verbrennung des Leuchtgases sehr unvollständig, was man schon aus der Gestalt der Flamme schließen konnte. Die Intensität der *D*-Linien war so

schwach, daß der Spalt des Spektroskops 0,1 mm breit gemacht werden mußte. Dabei kann man bezüglich der Photogramme kaum von der richtigen Intensitätsverteilung innerhalb der D-Linien reden; es können bei verschiedenen Aufnahmen im Grunde nur die maximalen Intensitäten verglichen werden. Diese maximalen Intensitäten waren bei einem Versuche (in willkürlichen Einheiten) folgende:

	D_2	D_1
NaJ	54,4	45,5
$NaBr$	46,0	41,0
$NaCl$	42,4	36,4
Na_2CO_3 . . .	40,7	33,8

(Anfangs kamen nur diese vier Salze zur Untersuchung.) Da alle folgenden Aufnahmen dieselben Resultate ergaben, war es kein Zweifel, daß es sich dabei nicht um eine Zufälligkeit handelt. Die obige Wertreihe bekommt ein Interesse, wenn man sie mit den Verbindungswärmen der betreffenden Natriumverbindungen in Vergleich stellt. Die letzteren sind nach Jul. Thomsen[1]) in Kal. pro g/Mol. folgende:

NaJ	69,1
$NaBr$	85,7
$NaCl$	97,7
$NaNO_3$ . . .	111,3
Na_2CO_3 . . .	272,6

Wenn wir diese Verbindungswärmen als ein Maß für die Stabilität der Verbindung betrachten, so können wir sagen, daß in einer Bunsenflamme, in welcher eine sehr unvollständige Verbrennung des Leuchtgases stattfindet, stabilere Natriumverbindungen schwächer leuchten. Dieses Resultat scheint auf eine wichtige Rolle der rein thermischen Bedingungen in der Flamme (Wärmemenge, Temperatur) bei der Emission der D-Linien hinzuweisen.

9. Um zu sehen, wie sich dieselben Natriumsalze verhalten, wenn man mehr Wärme und auch höhere Temperatur in der Flamme hat, wurde die Gas- und Luftzufuhr in der ersten definitiven Versuchsreihe vermehrt, und zwar so, daß 3,1 Liter Gas und 6,0 Liter Luft pro Min. in denselben Brenner gelangten. Die Flamme war jetzt 27 cm hoch, innerer Kegel 16 cm. Das Verhältnis von Luft- zu Gasmenge war hier also beinahe doppelt so groß wie früher. Da der verstärkte Luftstrom auch mehr Lösung in die Flamme mitbrachte (im Durchschnitt 28,14 g in 3 Stunden), so wurde jetzt mit Lösungen gearbeitet, die 3 Proz. Na enthielten, d. i. 0,078 mg pro Sek. (anstatt 0,071 mg von früher). Das zur Zerlegung kommende Licht rührte von einem Flammenbereich oberhalb des inneren Kegels her. Der Spalt war 0,031 mm breit. Fig. 4 gibt die Intensitätsverteilungen in den D-Linien bei diesen Verbindungen. Man sieht, daß der Verlauf der Kurven, die den Linien D_2 und D_1 entsprechen, bei allen Natriumsalzen beinahe derselbe ist. Die maximalen Intensitäten in D_2 und D_1 sind bei verschiedenen Salzen bei weitem nicht so

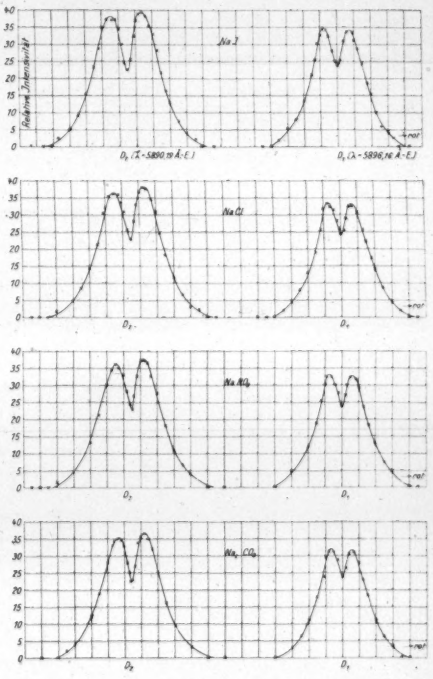


Fig. 4.

verschieden wie früher, obgleich man die frühere Konsequenz noch bemerken kann. Die Sattelung in den Kurven stellt bekanntlich die Selbstumkehrung der D-Linien dar, die dadurch entsteht, daß die Flamme aus inhomogenen Schichten (in bezug auf Emission und Absorption) zusammengesetzt ist. In dem Bunsenbrenner gewöhnlicher Form ist diese vermutlich durch ungleichmäßige Temperaturverteilung bedingte Inhomogenität sehr bedeutend.

10. Es war daher interessant, die Emission der D-Linien von einer Flamme mit im Innern nahezu gleicher Temperatur zu untersuchen.

1) Landolt-Börnstein, Physik.-chem. Tabellen, S. 434—435, 1905.

Mit dem Mékerbrenner kann man eine solche Flamme bekommen, die dazu wegen der sehr vollständigen Verbrennung des Leuchtgases etwas höhere Temperatur besitzt, als die Flammen des Bunsenbrenners. Die zweite definitive Versuchsreihe wurde mit Mékerbrenner ausgeführt.

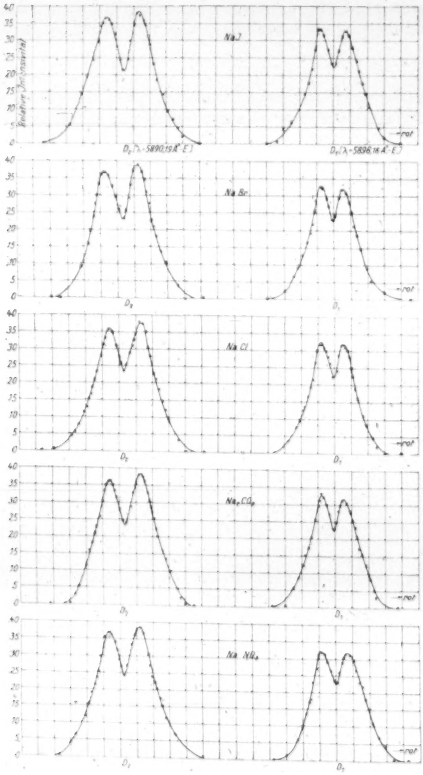


Fig. 5.

Die Stärke des Luftstromes blieb dieselbe (6 Liter pro Min.) wie in der zweiten Versuchsreihe; ebenso die Menge der zerstäubten Salzlösung, nämlich 0,078 mg pro Sek. Die Gaszufuhr war aber nur 1,9 Liter pro Min. Auf den Spalt ($b = 0{,}031$ mm) des Spektroskops wurde derjenige Bereich der Flamme projiziert, wo nach den Angaben des Katalogs von P. F. Dujardin & Co.-Düsseldorf die Temperatur von 1720° über den ganzen Querschnitt der Flamme herrscht. Fig. 5 zeigt die dabei erhaltenen Kurven der Intensitätsverteilung in den D-Linien. Man sieht hier keine merklichen Unterschiede in den Kurven für die verschiedenen Salze. Wenn dieses Resultat nach dem Vorstehenden auch zu erwarten war, so überrascht dagegen vielleicht, daß trotz der homogeneren Flamme jetzt die Selbstumkehrung ebenso groß ist wie früher. Die Erklärung dürfte nach den Untersuchungen von Brotherus die sein, daß schon die am äußeren Rande der Flamme befindliche Inhomogenität ausreicht, um die beobachtete große Selbstumkehrung hervorzurufen und die Konstitution der Flamme im übrigen ohne wesentlichen Einfluß ist.

Wenn man die Resultate aller drei Versuchsreihen zusammenstellt, so kann man den Schluß ziehen, daß im Falle der Emission der D-Linien des Natriums die rein thermischen Bedingungen eine ganz vorwiegende Rolle spielen. Andere Faktoren, wie chemische und elektrische Prozesse, treten daneben in den Hintergrund. Das wurde auch früher von verschiedenen Forschern betont. So sagt Herr Kayser[1]): „Natriumsalze zeigen überall das Spektrum des Natriums, auch in den Teilen (der Flamme), wo zweifellos lebhafte Oxydation vorhanden ist, und es ist nicht recht verständlich, wie hier metallisches Natrium existieren kann". Es sei noch erwähnt, daß Herr Füchtbauer[2]) bei 190° die Absorption der D-Linien von Na-Dampf unter Umständen, bei denen keine chemischen Prozesse möglich waren, beobachtet hat.

Wenn wir die Tatsache, daß Na in verschiedenen Verbindungen die D-Linien in gleicher Weise emittieren kann, damit vergleichen, daß die elektrische Leitfähigkeit derselben Verbindungen in Flammen verschieden bleibt[3]), so müssen wir schließen, daß D-Linien vorwiegend nicht von Ionen, sondern von neutralen Atomen ausgestrahlt werden[4]).

Abschließend werde auf die in allen Kurven sichtbare entgegengesetzt dissymmetrische Intensitätsverteilung in den Linien D_1 und D_2 aufmerksam gemacht, die auch Herr Brotherus bemerkt hat: die einander zugewandten Maxima beider Linien sind stärker als die einander abgewandten. Diese Erscheinung bedarf noch der theoretischen Erklärung.

1) H. Kayser, Handb. d. Spektrosk. **2**, 164, 1900.
2) Ch. Füchtbauer, diese Ztschr. **11**, 531—532, 1910.
3) Siehe z. B. Smithells, Dawson and Wilson, Phil. Trans. A. **193**, 89, 1900; Wilson, Phil. Mag. (4) **6**, 207, 1902.
4) Vgl. P. Lenard, l. c.

Göttingen, im August 1912.

(Eingegangen 3. Oktober 1912.)

Eine neue Bestimmung der optischen Parameter der D_1-Linie.

Von Konstantin Iwanow.

1. Die Elektronentheorie der Dispersion und Absorption, wie sie besonders von P. Drude[1]) entwickelt ist, charakterisiert die optischen Eigenschaften eines Körpers durch gewisse Parameter der Elektronenbewegung. Als solche erscheinen für jede Elektronengattung zwei Parameter, die von W. Voigt[2]) durch ϱ und ν' bezeichnet sind. $\varrho = 4\pi \cdot \mathfrak{N}m \cdot \left(\frac{e}{m}\right)^2$ ist proportional der Zahl $\mathfrak{N}$ der bez. „Dispersionselektronen" pro Volumeneinheit; ν' ist die Konstante der dämpfenden Kraft der Elektronenbewegung und mißt (in Frequenzen) den Abstand zwischen zwei solchen Punkten der Absorptionskurve, wo der Absorptionskoeffizient die Hälfte seines Maximalwertes besitzt. Durch diese zwei Parameter drückt sich dann innerhalb eines isolierten Absorptionsstreifens der Absorptionskoeffizient $n\varkappa$ aus nach der Formel:

$$n\varkappa = \frac{\varrho\,\nu'}{2n_0\nu_0\,(4\mu^2 + \nu'^2)}. \qquad (1)$$

Hierin bedeutet ν_0 die der Mitte des Streifens zugehörige Frequenz, μ den veränderlichen Abstand (in Frequenzen) von der Mitte der Linie, n_0 denjenigen Brechungsindex, der an der Stelle der Absorptionslinie herrschen würde, wenn die entsprechende Elektronengattung nicht vorhanden wäre.

Die Bestimmung der theoretisch wichtigen Parameter ϱ und ν' ist verschiedene Male in Angriff genommen worden; jene früheren Arbeiten haben aber sämtlich eine schwache Stelle, welche das Resultat unsicher macht, und von der unten zu sprechen sein wird. Herr. Prof. W. Voigt forderte mich auf, nach einer Methode, welche jene bedenklichen Schlüsse zu vermeiden gestattet, eine neue Bestimmung auszuführen. Ich habe die bezüglichen Beobachtungen für die D_1-Linie, die sich beim longitudinalen Effekt normal verhält, durchgeführt und will an diesem Beispiel die Methode demonstrieren.

2. Der Parameter ϱ läßt sich leicht aus den Erscheinungen der magnetischen Drehung der Polarisationsebene innerhalb einer homogenen Schicht im Außenbereiche des Zeemannschen Dupletts ermitteln.

Die Abhängigkeit zwischen dem Drehungswinkel χ und ϱ ist folgende[3]):

$$\chi = \frac{l\varrho\mu_0}{4cn_0\mu^2}\left(1 + \frac{\mu_0^2 - {}^3/_4\nu'^2}{\mu^2} \pm \cdots\right). \qquad (2)$$

l ist hier die Länge der drehenden Schicht, c die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum; $\mu_0 = \frac{e}{2mc} \cdot R_0$ ist der Abstand (in Frequenzen) einer Komponente des Dupletts von der ursprünglichen Lage der Linie und ist der Feldstärke R_0 proportional. Wenn man die Drehung ziemlich weit von der Absorptionslinie beobachtet, so daß $\nu'^2 \ll 4\mu^2$ ist, so kann man sich mit dem ersten Glied in der Formel (2) begnügen, und die Formel (2) vereinfacht sich zu

$$\chi = \frac{l\varrho\mu_0}{4cn_0\mu^2}. \qquad (3)$$

Handelt es sich um eine inhomogene Schicht, so tritt nur $\int \varrho\, dl = l\varrho$ an Stelle von $l\varrho$.

Um gut meßbare Drehungen zu haben, verwendet man gewöhnlich starke Dampfdichten in der Flamme. Dabei wird aber auch ν' größer, da ν' nach H. A. Lorentz angenähert proportional mit der Dampfdichte und der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur wächst. Es ist denkbar, daß man bei Benutzung solcher großen Dichten nicht berechtigt ist, das zweite Glied in der Formel (2) zu vernachlässigen.

Daher ist es wünschenswert, bevor man ϱ aus der magnetischen Drehung nach der Formel (2) bestimmt, den Wert von ν' für dieselbe Flamme und unter denselben Bedingungen, unter denen die Beobachtung der Drehung stattfindet, zu ermitteln.

3. Die ältere zur Bestimmung von ν' verwendete Methode beruht auf der (verschieden ausgeführten) Beobachtung der „scheinbaren Breite" der Absorptions- oder der entsprechenden Emissionslinie. Aber da diese Größe durchaus nicht präzise definiert ist, Absorption und Emission sich nämlich nach (1) von $\nu = \nu_0$ aus nach beiden Seiten hin asymptotisch der Null nähern, so kann eine bezügliche Beobachtung natürlich auch keine präzisen Werte ν' liefern.

Eine Bestimmung auf anderem Wege, nämlich durch theoretische Verwertung einer photometrischen Untersuchung der emittierten Spektrallinien, hat neuerdings Hj. Brotherus[1]) durchgeführt. Wenn es sich aber um die Bestimmung von ϱ und ν' für dieselbe Flamme handelt, ist diese Methode nicht wohl anwendbar, weil die Bestimmung von ϱ, wie unten zu zeigen, bei so schwacher Emission ausgeführt werden muß, daß Photogramme davon kaum zu gewinnen sind. Ich habe daher an eine Beobachtung der Absorption angeknüpft.

1) P. Drude, Lehrbuch der Optik, Leipzig 1906, S. 362 u. ff.
2) W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik, S. 103 u. ff.
3) W. Voigt, l. c., S. 134.

1) Hj. Brotherus, Helsingfors, Dissertation 1911; Ann. d. Phys. **38**, 397, 1912.

4. Falle in eine Flamme von der Dicke l Licht von einer Quelle, dessen Intensität im Bereiche der Absorptionslinie merklich konstant, gleich J gesetzt, ist. Die durch Absorption geschwächte Intensität sei i.

Da die Flamme inhomogen ist, so gilt bei Vernachlässigung der Reflexion

$$i = J \cdot e^{-\frac{4\pi}{\lambda}\int n\varkappa\, dz} = J \cdot e^{-p}, \qquad (4)$$

das Integral von o bis l erstreckt.

Hierbei ist die Emission der Flamme ignoriert; in Wahrheit müßte rechts noch ein sie berücksichtigendes Glied J_e zugefügt werden. Ich werde unten nachweisen, daß dasselbe bei meinen Versuchen durchaus zu vernachlässigen war, und ich werde es demgemäß von vornherein fortlassen.

Für jede Schicht ist $n\varkappa$ nun durch Formel (1) gegeben; es fällt also daselbst vom Maximum $n\varkappa = \varrho/2 n_0 \nu_0 \nu'$ auf den halben Wert innerhalb einer Strecke $\mu = {}^1/_2 \nu'$.

Dürfte man also ν' für alle Schichten der Flamme als gleich betrachten, so wäre für $\mu = 0$:

$$i = i_1 = J \cdot e^{-p}, \qquad (5)$$

wobei

$$p = \frac{4\pi}{\lambda}\int n\varkappa\, dz,$$

dagegen, für $\mu = {}^1/_2 \nu'$

$$i = i_2 = J \cdot e^{-{}^1/_2 p}; \qquad (6)$$

also würde gelten

$$\frac{i_1}{J} = \left(\frac{i_2}{J}\right)^2$$

und daher

$$i_2 = \sqrt{i_1 \cdot J}. \qquad (7)$$

Nun sind aber die verschiedenen Schichten der Flamme ungleichwertig, d. h. die ihnen entsprechenden ν' verschieden; die vorstehende Betrachtung ist also nicht unmittelbar zulässig. Da es sich aber bei unserer Unkenntnis der Konstitution der Flamme in jedem Falle nur um die Bestimmung eines zu definierenden Mittelwertes für ν' innerhalb der Flamme handeln kann, so können wir die Betrachtung beibehalten, wenn wir diesen Mittelwert $\bar{\nu}'$ dadurch definieren, daß, für $\mu = {}^1/_2 \nu'$, p' den Wert ${}^1/_2 \bar{p}$ annimmt. Das heißt, während (bei mit z variablem ν')

$$\bar{p} = \frac{4\pi}{2 n_0 \nu_0 \lambda}\int \frac{\varrho\, dz}{\nu'}$$

ist, soll zugleich sein

$${}^1/_2 \bar{p} = \frac{4\pi}{2 n_0 \nu_0 \lambda}\int \frac{\varrho \nu'\, dz}{\nu'^2 + \nu'^2},$$

wobei $\bar{\nu}'^2$ den zu bestimmenden Mittelwert darstellt. Dies gibt zur Bestimmung von $\bar{\nu}'^2$

$$\int \left(\frac{1}{\nu'^2} - \frac{2}{\bar{\nu}'^2 + \nu'^2}\right) \cdot \varrho \nu'\, dz = 0$$

oder

$$\int \frac{\bar{\nu}'^2 - \nu'^2}{\bar{\nu}'^2 + \nu'^2} \cdot \frac{\varrho\, dz}{\nu'} = 0. \qquad (8)$$

Definiert man den Mittelwert $\bar{\nu}'$ von ν' in dieser Weise, so kann man die Formel (7) beibehalten. Dies Verfahren ist völlig präzis, aber freilich ist $\bar{\nu}'$ auf diese Weise nicht eben sehr anschaulich definiert. Nur in dem Falle, daß ν' innerhalb der Flamme wenig variiert, hat man einfach

$$\int (\bar{\nu}' - \nu')\, \varrho\, dz = 0. \qquad (9)$$

5. Die Formel (7) erlaubt uns nun sehr leicht, dies $\bar{\nu}'$ zu bestimmen. Haben wir nämlich die Intensitätsverteilung in einer Absorptionslinie photometrisch gemessen und graphisch durch eine Kurve dargestellt, so bleibt nur übrig, auf beiden Seiten der Intensitätskurve diejenigen Punkte zu finden, welche gemäß (7) der Intensität i_2 entsprechen. Der (in Frequenzen) gemessene Abstand zwischen diesen zwei Punkten gibt dann direkt $\bar{\nu}'$.

Da das Magnetfeld eine Flamme mechanisch deformieren kann, so muß die Bestimmung von $\bar{\nu}'$ unter denselben Bedingungen geschehen, unter denen auch ϱ erzielt wird, wenn man $\bar{\varrho}$ und $\bar{\nu}'$ weiter kombinieren will. Dabei ist aber folgendes zu beachten.

6. Wenn unpolarisiertes weißes Licht eine im Magnetfeld befindliche Flamme längs der Kraftlinien passiert, so haben wir statt eines Absorptionsstreifens mit der Frequenz ν_0 jetzt zwei Absorptionsstreifen mit den Frequenzen $\nu_0 + \mu_0$. Der kleine Unterschied von dem früheren Falle besteht darin, daß in jeder Komponente des Zeemanschen Dupletts nur rechts oder links zirkularpolarisiertes Licht absorbiert wird. In jeder Komponente geht also die Hälfte der auffallenden Intensität unabsorbiert hindurch. Wir haben daher (für jede der beiden Komponenten):

$$i_1 = \frac{J}{2}(1 + e^{-p}),$$

$$i_2 = \frac{J}{2}(1 + e^{-{}^1/_2 \bar{p}}),$$

woraus sich statt (7) ergibt

$$i_2 = \frac{J}{2} + \sqrt{\left(i_1 - \frac{J}{2}\right) \cdot \frac{J}{2}}. \qquad (10)$$

Auch hier brauchen wir nur die Intensitätsverteilung in den Absorptionslinien des Zeeman-

schen Dupletts auszumessen und die betreffende Kurve zu konstruieren. Dann mißt $\overline{\nu'}$ auf dem Diagramme den Abstand (in Frequenzen) zwischen zwei Punkten auf der Kurve, die der Intensität i_2 entsprechen.

7. Die letztere Betrachtung gilt natürlich nur für den Fall, daß die Dampfdichte klein genug oder die Feldstärke genügend groß ist, damit die Komponenten des Dupletts völlig getrennt seien. Ist das aber nicht der Fall, so braucht man nur, anstatt unpolarisierten, zirkularpolarisiertes Licht durch die Flamme längs der Kraftlinien zu schicken. Dann wird das Licht nur von einer Komponente des Dupletts absorbiert, und die Formel (7) bleibt verwendbar; doch ist jetzt unter J die Intensität des auffallenden zirkularpolarisierten Lichtes zu verstehen.

8. Die ganze Anordnung, die ich für die Beobachtung der magnetischen Drehung in der Nähe der Absorptionslinie D_1 und teilweise für die Bestimmung von $\overline{\nu'}$ benutzte, wurde entsprechend der von W. Voigt[1]) gegebenen Methode der Interferenzstreifen eingerichtet.

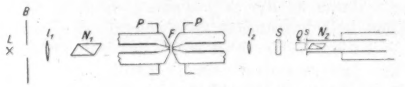


Fig. 1.

L ist eine Bogenlampe, deren Licht mittels der Linse l_1 ($F = 27{,}7$ cm) auf die zwischen den Polschuhen PP eines Du Boisschen Elektromagneten befindliche Flamme F konzentriert wurde, um weiter mittels einer zweiten Linse l_2 ($F = 13{,}0$ cm) auf den Spalt s des Spektroskops geworfen zu werden. Das Licht passiert das Magnetfeld durch zwei 5 mm lange und 0,5 mm breite Schlitze in den Polschuhflächen, die selbst 8 mm im Durchmesser hatten und 5 mm voneinander entfernt waren. N_1 und N_2 sind Nicols, S ist ein planparalleles Gefäß mit Kaliumbichromatlösung und diente als Lichtfilter, Q ein doppelter Quarzkeil, parallel der optischen Achse geschliffen, B eine Blende mit einer kreisrunden Öffnung.

Sämtliche Apparate, die ich für die Herstellung einer Natriumflamme, für die spektrale Zerlegung des Lichts und für die Bestimmung der Intensitätsverteilung in den Absorptionslinien nach der photographisch-photometrischen Methode benutzt habe, waren dieselben wie bei meiner Untersuchung über den Emissionseffekt der D-Linien des Natriums bei verschiedenen Natriumsalzen[2]). Die Flamme war schmal dank einem rechtwinkligen (8×3 mm) Endstück, das dem Bunsenbrenner aufgeschraubt war. Die Flamme stand im Magnetfeld immer so, daß der Teil oberhalb des inneren Kegels sich zwischen den Polschuhen befand.

Der Elektromagnet wurde mit einem 15 A. starken Strom gespeist. Die entsprechende Feldstärke habe ich nach der Zerlegung der Absorptionslinie D_1 bestimmt. Um feinere Absorptionslinien zu haben und den Abstand zwischen den Komponenten des Dupletts möglichst genau messen zu können, führte ich in die Flamme stark verdünnte $NaBr$-Lösung ein. Die Feldstärke wurde nach dieser Methode zu 23150 Gauß bestimmt.

9. Bei den Beobachtungen über die Drehung der Polarisationsebene habe ich stets solche Lösungen von NaJ, $NaBr$, $NaCl$, $NaNO_3$ und Na_2CO_3 benutzt, die 5 Proz. Na enthielten. Um stärkere „wirksame Dampfdichte" zu haben, habe ich das Verhältnis zwischen den in den Brenner gelangenden Luft- und Gasmengen möglichst vergrößert: es gelangten bei allen weiter angeführten Versuchen in einer Minute (mit einer Gasuhr gemessen) 2,5 Liter Leuchtgas und 5,6 Liter Luft hinein; die von der Luft in den Brenner mitgeführte Na-Menge betrug 0,087 mg pro Sekunde. Diese Zahlen in Verbindung mit den Angaben über die Konstruktion des Brenners[1]) sind insofern als eine Definition der Flamme zu betrachten, als sie erlauben, wieder dieselbe Flamme herzustellen. Unter den oben angeführten Bedingungen war die Drehung groß genug und gut meßbar. Im Bereiche zwischen den D-Linien war sogar der gegenseitige Einfluß der beiden D-Linien zu bemerken.

10. Für die Bestimmung von ν' diente dieselbe Anordnung, die in Fig. 1 gezeigt ist, nur fehlte der Quarzkeil Q und der Nicol N_2. Da hier wegen der großen Dampfdichte in der Flamme die Komponenten des Dupletts nicht getrennt waren, habe ich zirkularpolarisiertes Licht in die Flamme geschickt. Dafür kam noch eine passend orientierte $^1/_4$ λ-Glimmerplatte zwischen den Nicol N_1 und den Elektromagneten.

Die Absorptionslinien wurden, ebenso wie früher die Emissionslinien, auf den Panchromatik-A-Platten (Wratten & Wainwright) in 15 Minuten photographiert.

Um zu prüfen, ob die Emission der Flamme bei meinen Versuchen wirklich zu vernachlässigen war, habe ich den Emissionseffekt der zwischen den Polschuhen befindlichen Flamme photographiert. Obgleich das Magnetfeld nicht eingeschaltet war, und daher jede der D-Linien

1) W. Voigt, l. c., S. 138.
2) K. Iwanow, diese Zeitschr. **13**, 1112, 1912.

1) K. Iwanow, l. c.

stärker emittierte, als jede Komponente im Magnetfeld, konnte ich nach $1^1/_2$ Stunden langer Exposition gar nichts auf der photographischen Platte bekommen. Das war übrigens zu erwarten: das auf den 0,031 mm breiten Spalt des Spektroskops fallende Licht rührte wegen des engen Polschuhschlitzes von einem sehr kleinen Bereiche der Flamme her, und war zu schwach, um in $1^1/_2$ Stunden eine merkliche Schwärzung hervorzurufen. Die Emission der Flamme kann also ignoriert werden.

Die Kurve Fig. 2 stellt die nach der photo-

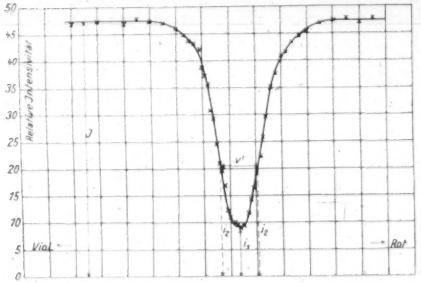


Fig. 2.

graphisch-photometrischen Methode erhaltene Intensitätsverteilung bei der Absorption in einer Komponente des Zeemanschen Dupletts der D_1-Linie dar, indem $NaBr$-Lösung (5 Proz. Na) in die Flamme eingeführt war[1]). Die Intensitäten sind in willkürlichen Einheiten ausgedrückt. Entnehmen wir aus der Absorptionskurve die Intensitäten J und i_1 und berechnen wir nach der Formel (7) i_2, so gibt der Abstand (in Frequenzen) zwischen zwei Punkten der Kurve mit den Intensitäten i_2 für ν' den Wert $40{,}2 \cdot 10^{10}$.

11. Da ν' nach H. A. Lorentz nahe proportional der Dampfdichte und der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur sein muß, so habe ich, um die Abhängigkeit von ν' von der Dampfdichte zu prüfen, versucht, in dieselbe Flamme $NaBr$-Lösungen einzuführen, die 5 Proz., $^5/_2$ Proz., $^5/_4$ Proz., $^5/_8$ Proz., $^5/_{16}$ Proz. Na enthielten. Da der Zerstäuber immer eine und dieselbe Menge von Lösung in die Flamme lieferte, so standen die in die Flamme gelangenden Mengen von Natrium im Verhältnis $16:8:4:2:1$. Aus den entsprechenden Absorptionskurven nach der obigen Methode erhaltenen Werte von ν' waren dabei (der Reihe nach) folgende: $40{,}2 \cdot 10^{10}$, $36{,}0 \cdot 10^{10}$, $30{,}5 \cdot 10^{10}$, $22{,}7 \cdot 10^{10}$, $15{,}5 \cdot 10^{10}$. Wie man sieht, stehen die Zahlen nicht im erwarteten Verhältnis, viel eher verhalten sie sich wie

$$\sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{4} : \sqrt[3]{2} : 1,$$

was 43, 35, 28, 22, 17 ergeben würde.

Nimmt man etwa an, daß die Dämpfung der Elektronenschwingungen nur durch eine quasi-reibende Kraft, die mit der Zahl der Absorptions- oder Emissionszentren proportional wächst, verursacht ist, so würde dies Resultat der Erfahrung darauf hindeuten, daß nicht alle Na-Atome an der Absorption (und auch Emission) teilnehmen, und daß, je mehr Na-Salz in die Flamme eingeführt wird, ein desto kleinerer Teil der Gesamtzahl der Na-Atome „die wirksame Dampfdichte" bildet.

12. Die von mir erhaltenen Zahlenwerte von ν' sind größer, als diejenigen, welche J. Hallo[1]) und L. Geiger[2]) aus der Breite der Absorptionslinie erhalten haben[3]). Abgesehen davon, daß ich ν' nach einer anderen Methode bestimmt habe, und daß verschiedene Flammen direkt nicht vergleichbar sind, würden, glaube ich, auch die oben genannten Forscher größere Werte für ν' bekommen haben, falls sie die Breite der Absorptionslinien nicht okular, sondern photometrisch gemessen hätten. Als ich nämlich versuchte, die „Breite" der Absorptionslinien auf der photographischen Platte unter einem Mikroskope mit kleiner Vergrößerung direkt zu bestimmen und mit derjenigen Breite zu vergleichen, welche man nach der Intensitätsverteilungskurve annehmen konnte, so ergab sich, daß die okular bestimmte Breite viel kleiner ist, als die photometrisch gemessene. Das Auge sieht den Rand der Absorptionslinie da, wo die Absorptionskurve anfängt ziemlich steil zu werden.

1) Der im elektrischen Bogen manchmal befindliche sehr dünne Na-Dampf deformiert (bei diesen Versuchen) ein wenig den tiefsten Teil der Intensitätskurve der Absorption. Wenn dieser Umstand die Ausmessungen von ν' auch nicht sehr stört, da man sich eigentlich nur mit einer Hälfte der Absorptionskurve begnügen kann, so ist doch von Interesse, daß der schädliche Einfluß des (im Bogen befindlichen) Na-Dampfes fast bis auf die Grenzen der Beobachtungsfehler niedergedrückt werden kann. Der Na-Dampf ist nämlich nicht gleichmäßig im Bogen verteilt, auch sind die natriumhaltigen Bogenschichten nicht überall gleich dick. Gibt man den Kohlen eine Lage, bei der das Licht in gewünschter Richtung etwas seitlich von der positiven Kohle ausgestrahlt wird, so passiert es dabei wahrscheinlich an Natrium arme Schichten, da dabei die Absorption der D-Linien im Bogen, wie man an der Fig. 2 sieht, nicht merklich ist. Näher wurde die Erscheinung nicht untersucht.

1) J. J. Hallo, Diss., Amsterdam 1902.

2) L. Geiger, Ann. d. Phys. **23**, 458; **24**, 597, 1907.

3) Herr Roschdestwensky (Ann. d. Phys. **39**, 310, 1912) hält selbst diese Werte für viel zu groß; indessen stimmen unsere Größen so weit überein, als bei verschiedenen Definitionen und verschiedenen Flammen zu erwarten ist.

13. Für andere *Na*-Salze (*NaJ*, *NaCl*, $NaNO_3$, Na_2CO_3) wurde $\overline{\nu'}$ nur für die stärkste Konzentration (5 Proz. *Na*) bestimmt. Die dabei erhaltenen Werte von $\overline{\nu'}$ liegen sehr nahe dem oberen ($40{,}2 \cdot 10^{10}$). Als Mittelwert ergibt sich

$$\overline{\nu'} = 40{,}5 \cdot 10^{10}.$$

Es überrascht zunächst, daß bei diesen Beobachtungen sich ϱ für die verschiedenen Salze so nahe gleich gefunden hat, obwohl nach meiner früheren Arbeit bei ähnlichen Verhältnissen von Gas- und Luftzufuhr Abweichungen hervortraten. Es scheint mir, daß der Unterschied auf der Form der Flamme beruht. Die früher benutzte zylindrische Flamme gab eine weniger vollständige Verbrennung und geringere Wärmeentwicklung. Die Polschuhe des Magneten haben dabei nicht merklich kühlend gewirkt, da sie beträchtlich über die Zimmertemperatur erwärmt waren, vielleicht eher temperatursteigernd.

14. Die Drehung der Polarisationsebene wurde, wie schon erwähnt, nach der Interferenzstreifenmethode beobachtet. Waren die Nicols N_1 und N_2 gekreuzt, der Quarzkeil Q richtig orientiert und das Magnetfeld eingeschaltet, so entstand im Spektrum das Bild, bestehend aus horizontalen hellen und dunklen Streifen, die in der Nähe der *D*-Linien sich stark krümmten. Das Bild wurde photographisch fixiert. Die *Na*-Salzlösungen enthielten immer 5 Proz. *Na*. Um nach der Formel (2) oder (3) ϱ zu erhalten, muß man die Größen χ und μ aus dem Photogramme gewinnen. l, μ_0 und ν' sind früher bestimmt worden:

$$l = 0{,}5 \text{ cm}, \quad \mu_0 = 27{,}3 \cdot 10^{10}, \quad \overline{\nu'} = 40{,}5 \cdot 10^{10}, \quad c = 3 \cdot 10^{10};$$

n_0 ist für alle Gase und Dämpfe bei diesen Versuchen gleich 1 zu setzen. Für die Ausmessung von χ und μ habe ich ein Mikroskop mit kleiner Vergrößerung benutzt, das mittels zweier mikrometrischer Schrauben in zwei gegeneinander senkrechten Richtungen beweglich war. Es wurden gewöhnlich drei Punkte auf jeder Streifenkrümmung gewählt, und deren Abstand von der Mitte des ursprünglichen Absorptionsstreifens und von der ursprünglichen Lage des Interferenzstreifens gemessen. Der erstere Abstand, in Frequenzen ausgedrückt (der Abstand zwischen den Mitten der *D*-Linien ist in Frequenzen gleich $324 \cdot 10^{10}$), gibt μ, der letztere, in Bogenmaß überführt (der Abstand zwischen zwei benachbarten Interferenzstreifen entspricht π) gibt χ. Da die Formel (2) für den Außenbereich der Absorptionslinie gilt, so kamen nur solche Punkte auf der Streifenkrümmung zum Ausmessen, für welche μ größer als $\mu_0 + {}^1/_2 \nu'$, d. i. größer als $47{,}6 \cdot 10^{10}$ war. Die gemessenen Werte von μ lagen zwischen $60 \cdot 10^{10}$ und $80 \cdot 10^{10}$. Das war eben ein Bereich, wo auch die Ausmessung der Abstände χ und μ sich am genauesten ausführen ließ. Bei der D_1-Linie wurde nur auf der Seite der kleineren Frequenzen gemessen, da sich auf der anderen Seite der Einfluß der D_2-Linie auf die magnetische Drehung bemerkbar machte.

Die Berechnung des zweiten Gliedes in der Formel (2) bei gegebenen μ, μ_0 und ν' hat gezeigt, daß es bei meinen Versuchen nicht zu vernachlässigen war, da sein Einfluß auf das Endresultat 7—10 Proz. beträgt. Ich habe daher für die Berechnung von ϱ immer die Formel (2) mit den zwei ersten Gliedern benutzt. Das in ihr auftretende ν' ist allerdings nicht strenge das durch (8) definierte, sondern stimmt mit der Annäherungsformel (9) überein. Da es sich aber um ein Korrektionsglied handelt, ist die Vertauschung unbedenklich.

Im Falle des *NaBr* habe ich

$$\varrho = 6{,}27 \cdot 10^{23}$$

bekommen. Für andere *Na*-Salze (*NaJ*, *NaCl*, $NaNO_3$, Na_2CO_3) derselben Konzentration unterscheiden sich die Zahlenwerte von ϱ um Größen, die Beobachtungsfehler nicht übersteigen. Als Mittelwert für alle untersuchten *Na*-Salze ergibt sich

$$\varrho = 6{,}33 \cdot 10^{23}.$$

Da für dieselbe Flamme, dieselbe Konzentration des Natriums und dieselben Bedingungen $\overline{\nu'} = 40{,}5 \cdot 10^{10}$ ist, so berechnet sich der Maximalwert des Absorptionskoeffizienten $n\varkappa$ nach der Formel

$$\overline{n\varkappa} = \frac{\varrho}{2 n_0 \nu_0 \overline{\nu'}}$$

zu

$$\overline{n\varkappa} = 2{,}4 \cdot 10^{-4},$$

$\nu_0 = 3{,}2 \cdot 10^{15}$ gesetzt.

Göttingen, Physikalisches Institut, im September 1912.

(Eingegangen 18. Oktober 1912.)

Die elektrische Leitfähigkeit des Diamanten.

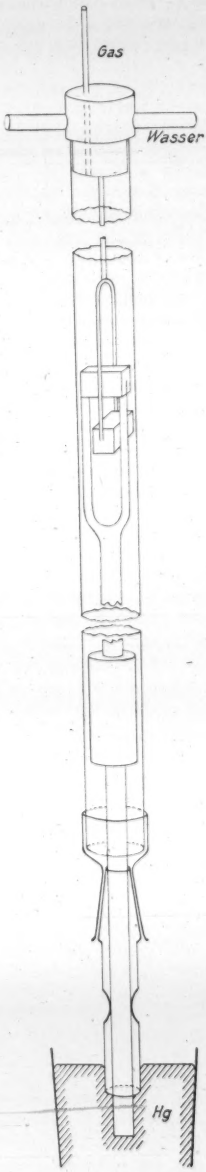
Von H. v. Wartenberg.

Herr Doelter[1]) hat letzthin im Verlaufe seiner Widerstandsmessungen von Mineralien bei höheren Temperaturen auch den Widerstand

1) Doelter, Monatshefte f. Chemie **32**, 275, 1911.

des Diamanten gemessen und bei ca. 1150° ein sehr erhebliches Abfallen desselben gefunden. Da es nun auffällig erschien, daß der Diamant, der Typus eines durchsichtigen Isolators, leiten sollte und die Meßanordnung[1]) Herrn Doelters anfechtbar schien, wurde eine Neumessung vorgenommen. Herr Doelter benutzt einen Kaolintrog mit zwei mit Glimmer hinterkleideten *Pt*-Elektroden, zwischen welche die zu untersuchende Platte geklemmt wird; der in der Hitze sich ausdehnende Glimmer sorgt für den guten Kontakt. Der naheliegende Einwand des Nebenschlusses durch das Material des Troges veranlaßte mich, eine vielleicht auch sonst brauchbare Kontaktvorrichtung zu konstruieren, die in der Figur in $^7/_8$ Größe abgebildet ist. In ein 25 cm langes, 12 mm weites durchsichtiges Quarzrohr war ein Messingstopfen eingekittet mit einer Wasserkühlung und Gaseinlaß. Von ihm hing angelötet der aus Nickel gearbeitete Kristallhalter herab. Ein 4 mm breiter Streifen aus 1 mm-*Ni*-Blech lief in eine Gabel aus, an welche unten ein massiver $5 \times 4 \times 9$ mm dicker *Ni*-Balken autogen angeschweißt war. Kreuzförmig dazu war eine gleiche *Ni*-Gabel eingehängt und nachher verschweißt, so daß zwischen die Balken der Kristall gebracht werden konnte. Die untere Gabel lief in einen *Ni*-Blechstreifen aus, an den zylindrische Messingkörper als Gewichte hart angelötet waren, die dann durch ihr Gewicht einen unter allen Umständen konstanten Druck auf den Kristall ausübten. Der Streifen durchdrang diese Gewichte und durchlief noch unten einen an das Quarzrohr angekitteten Glasschliff, der an einer Stelle zu einer Führung des Streifens plattgedrückt war. Die Mündung des Schliffes mit samt dem Streifen tauchte in einen untergestellten Tiegel mit Quecksilber. Diese Einrichtung ermöglichte es, auch während des Versuches die beiden Gabeln senkrecht zueinander zu stellen, so daß sie weder sich noch die Wand berührten. Der Apparat konnte völlig zusammengebaut durch einen senkrecht stehenden, 10 cm langen, 1,7 cm weiten *Pt*-Rohrofen gesteckt werden, zusammen mit einem Thermoelement. Nachdem das Quarzrohr an beiden Ofenenden gut mit Asbest verpackt und unten der *Hg*-Tiegel untergestellt war, konnte ein H_2-Strom (elektrolytisch entwickelt, über heißes *Pt* und konz. H_2SO_4 geleitet) durchgesandt werden, der durch das *Hg* herausströmte.

Die elektrische Schaltung war folgende. Der Strom i eines Akkumulators von 2,02 Volt floß beim Messingstopfen herein, beim *Hg* heraus und über ein Siemens- & Halske-Millivoltmeter (5 M.-V., 0,01 M.-V. sehr bequem ablesbar) von 134 Ω (1° der Teilung = 0,1 M.-V. entsprechen



1) Doelter, Monatshefte f. Chemie **31**, 507, 1910.

ϑ C	Belastung 26 g			Belastung 40 g			Spez. Widerstand (Doelter)
	i	w	Spez. Widerstand	i	w	Spez. Widerstand	
800	0,0	—	—	—	—	—	—
1030	0,0	—	$> 10^7$	0,0	—	$> 10^7$	$3{,}6 \cdot 10^5$
1170	$7{,}5 \cdot 10^{-8}$	$2{,}7 \cdot 10^7$	$9{,}2 \cdot 10^6$	$7{,}5 \cdot 10^{-8}$	$2{,}7 \cdot 10^7$	$9{,}2 \cdot 10^6$	$5{,}0 \cdot 10^4$
1250	$1{,}5 \cdot 10^{-7}$	$1{,}3 \cdot 10^7$	$4{,}4 \cdot 10^6$	$1{,}5 \cdot 10^{-7}$	$1{,}3 \cdot 10^7$	$4{,}4 \cdot 10^6$	$6{,}0 \cdot 10^3$
1300	$3{,}8 \cdot 10^{-7}$	$5{,}3 \cdot 10^6$	$1{,}8 \cdot 10^6$	$3{,}0 \cdot 10^{-7}$	$6{,}7 \cdot 10^6$	$2{,}3 \cdot 10^6$	$5{,}0 \cdot 10^3$
1330	$6{,}7 \cdot 10^{-7}$	$3{,}0 \cdot 10^6$	$1{,}0 \cdot 10^6$	$5{,}2 \cdot 10^{-7}$	$3{,}9 \cdot 10^6$	$1{,}3 \cdot 10^6$	—
1380	—	—	—	$9{,}0 \cdot 10^{-7}$	$2{,}2 \cdot 10^6$	$7{,}5 \cdot 10^5$	—
1250	$2{,}2 \cdot 10^{-7}$	$9{,}0 \cdot 10^6$	$3{,}0 \cdot 10^6$	—	—	—	—
1170	$7{,}5 \cdot 10^{-8}$	$2{,}7 \cdot 10^7$	$9{,}2 \cdot 10^6$	—	—	—	—
500	0,0	—	—	—	—	—	—

also $7{,}5 \cdot 10^{-7}$ A.) zum Akkumulator zurück. Das Instrument wurde nur zur Messung eingeschaltet, sonst lag ein 3-Volt-Voltmeter an den Polen, das anzeigte, ob nicht etwa durch Verdrehen oder Zusammenschmelzen der Gabeln ein das Millivoltmeter ruinierender Kurzschluß eingetreten sei. Während der Messung war das Voltmeter abgeschaltet, so daß bei dem stets sehr großen Widerstand des Diamanten einfach $w = \frac{2{,}02}{i}$ war.

Die *Ni*-Balken waren innen mit 0,05-mm-*Pt*-Blech gefüttert und ganz flache Vertiefungen mit einem passend zugefeilten Stahl eingeschlagen, so daß der Diamant sicher darin ruhte. Übergangswiderstände (wohl meist Gas-, Wasser- und Oxydhäute) waren bei den hohen Temperaturen in H_2 nicht zu befürchten. Eine Vergoldung des Kristalls ist unnütz, da die kolloidalen Goldschichten schon bald über 100° zerfallen. Weitere Sicherheit gab die Identität der Resultate bei wechselnder Belastung der unteren Gabel. Da dicht unter den Schmelzpunkt des *Ni* gegangen wurde, wurden die Backen weich und bei ca. 50 g Belastung preßte sich ein kleiner Diamant völlig ein. Es wurden daher 26 und 40 g genommen. Der Diamant selbst schließlich war ein von der Amsterdamer Diamantenschleiferei-Berlin zurechtgeschliffener, schwach gelblicher klarer Stein $2{,}0 \times 1{,}9 \times 3{,}5$ mm, den der Strom im Querschnitt $3{,}5 \times 1{,}9$ und der Höhe 2 mm durchlief. Seine Kanten waren nicht scharf, der daraus entstehende Fehler kann aber höchstens einige Prozente betragen. Zwischen den beiden in obiger Tabelle registrierten Versuchen wurde der Apparat auseinandergenommen, der Stein besichtigt (er war an der einen Kante ganz leise geschwärzt), ein größeres Gewicht angelötet und neu zusammengesetzt. Die Temperaturen wurden mit einem Millivoltmeter und dem geeichten Thermoelement ermittelt und konnten sich bei jedem etwa 1 Stunde währenden Versuch gut einstellen. In der Tabelle sind angegeben die am Millivoltmeter abgelesenen Stromstärken i in Amp., der Widerstand $w = \frac{2{,}02}{i}$ und der auf 1-cm-Würfel umgerechnete spez. Widerstand. In der letzten Spalte sind die Doelterschen Werte notiert, wie sie sich aus seiner Figur (l. c. S. 278/9) auf den cm-Würfel umgerechnet ergeben. Bei dem zweiten Versuch schmolzen bei 1420° die beiden *Ni*-Backen zusammen; der Diamant war geschwärzt und hatte offenbar das *Ni* karburiert, daher der niedrige Schmelzpunkt, wozu noch die *Si*-Aufnahme durch die Reduktion des Quarzrohres durch den H_2 kam.

Wie die Tabelle ergibt, sind die gefundenen Widerstände hinlänglich reproduzierbar und jedenfalls bis 500 mal größer als die Doelterschen. Es erscheint zweifelhaft, ob die gefundene Leitfähigkeit, so klein sie auch ist, dem Diamanten zugeschrieben werden muß, denn erstens leitet das Gas bei diesen Temperaturen etwas. Zur Prüfung wurden zwei gleiche *Ni*-Balken über Kreuz in 2 mm Abstand an dem oberen Stopfen an je 2 *Ni*-Drähten aufgehängt (der eine vom andern im Stopfen mit Siegellack isoliert) und nun ebenso der Widerstand des Gases gemessen. Bei 1330° war $w = 2{,}7 \cdot 10^7\ \Omega$, d. h. die Leitfähigkeit rund 4 Proz. der des Diamanten, bei 1420°: $1{,}3 \cdot 10^7\ \Omega$. Zweitens können die Verunreinigungen des Diamanten, die ja einen Aschengehalt von 0,08—0,15 Proz. in den durchsichtigsten Exemplaren ergeben[1]), die Leitfähigkeit bewirken, und dies erscheint als der wahrscheinlichste Grund. Tritt eine Verkohlung des Diamanten durch irgendwelche Umstände ein, so kann auch dies eine geringe Leitfähigkeit bewirken. Wie ein Vorversuch mit einem kleinen von Herrn Liebisch gütigst zur Verfügung gestellten Diamanten in Stickstoff (über *Cu* geleitet, vielleicht aber doch nicht ganz O_2-frei) zeigte, schwärzte sich der Diamant stark und bekam einen spez. Wider-

1) Vgl. Moissan, Traité de Chimie minérale **2**, 215 (Paris 1905).

stand von $2{,}2 \cdot 10^5\ \Omega$ bei 1250°. Leider schmolz auch dieser Diamant im *Ni* fest unter Karburierung desselben. Diese Kohle löste sich im Brodieschen Reagenz ($KClO_3 + HNO_3 + H_2SO_4$), war also kein Graphit, obwohl die Bedingungen dazu bei Gegenwart des *Ni* sehr günstig waren. Herr Doelter macht mit Recht in seiner Abhandlung auf diesen wichtigen Punkt aufmerksam.

Als Resultat dieser Untersuchung läßt sich also zusammenfassen, daß der Diamant bis 1350° wenigstens einen spez. Widerstand von $1 \cdot 10^6\ \Omega$ hat, vermutlich aber einen noch größeren.

Physikalisch-Chemisches Institut der Universität Berlin.

(Eingegangen 10. Oktober 1912.)

Relativitätsprinzip und Gravitation.

Von Gunnar Nordström.

Die Hypothese Einsteins, daß die Geschwindigkeit c des Lichts vom Gravitationspotential abhänge[1]), führt, wie aus der Diskussion zwischen Einstein und Abraham[2]) hervorgeht, zu erheblichen Schwierigkeiten für das Relativitätsprinzip. Es fragt sich deshalb, ob es nicht möglich ist, die Einsteinsche Hypothese durch eine andere zu ersetzen, die c konstant läßt und doch die Theorie der Gravitation in solcher Weise dem Relativitätsprinzip anpaßt, daß schwere und träge Masse gleich werden[3]). Eine solche Hypothese glaube ich gefunden zu haben und will im folgenden dieselbe darstellen.

Es seien x, y, z, u die vier Koordinaten;

$$u = ict.$$

Mit Abraham[4]) setze ich, indem ich die Ruhdichte der Materie mit γ, das Gravitationspotential mit Φ bezeichne

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u^2} = 4\pi f \gamma. \qquad (1)$$

Sowohl Φ wie γ sind vierdimensionale Größen; f ist die Gravitationskonstante. Im Gravitationsfelde haben wir einen Vierervektor

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{F}_x &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, & \mathfrak{F}_y &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \\ \mathfrak{F}_z &= -\frac{\partial \Phi}{\partial z}, & \mathfrak{F}_u &= -\frac{\partial \Phi}{\partial u}, \end{aligned}\right| \qquad (2)$$

von welchem die Beschleunigung eines im Felde befindlichen Massenpunktes herrühren muß. Faßt man aber den Vierervektor $\mathfrak{F}$ als die bewegende Kraft auf, die auf eine unveränderliche Einheitsmasse wirkt, so kann man die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit nicht aufrecht halten. Es würde nämlich in diesem Falle $\mathfrak{F}$ gleich dem vierdimensionalen Beschleunigungsvektor eines Massenpunktes sein, und dieser könnte nicht bei beliebiger Bewegungsrichtung auf dem Bewegungsvektor $\mathfrak{a}$ senkrecht stehen, wie die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit es fordert[1]).

Indem man die Lichtgeschwindigkeit konstant hält, kann man aber doch die Schwierigkeit beseitigen, sogar in zweierlei Weise. Entweder faßt man nicht $\mathfrak{F}$, sondern nur den auf den Bewegungsvektor senkrechten Teil desselben als bewegende Kraft auf[2]), oder man nimmt die Masse eines Massenpunktes nicht als konstant, sondern als von dem Gravitationspotential abhängig an. Durch jede dieser beiden Annahmen wird die Parallelität der beiden Vierervektoren $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{a}$ aufgehoben; im ersten Falle durch eine zu $\mathfrak{F}$ tretende Zusatzkraft, im zweiten Falle durch die Veränderlichkeit der Masse. Wie wir sehen werden, geben die beiden Methoden dieselben Gesetze für die Bewegung eines Massenpunktes, sie entsprechen aber zwei verschiedenen Auffassungen des Kraftbegriffs.

Entsprechend dem Standpunkt der meisten Forscher auf dem Gebiete der Relativitätstheorie will ich zunächst die zweite Methode benutzen, also

$$m\,\mathfrak{F}_x = -m\frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad \text{usw.}$$

als die Komponenten der auf einen Massenpunkt wirkenden bewegenden Kraft auffassen, die Ruhmasse m des Punktes aber als veränderlich ansehen. Wenn $\mathfrak{a}_x$, $\mathfrak{a}_y$, $\mathfrak{a}_z$, $\mathfrak{a}_u$ die Komponenten des Bewegungsvektors sind, τ die Eigenzeit, lauten die Bewegungsgleichungen des Massenpunktes

$$\left.\begin{aligned} -m\frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \frac{d}{d\tau}(m\mathfrak{a}_x) = m\frac{d\mathfrak{a}_x}{d\tau} + \mathfrak{a}_x\frac{dm}{d\tau}, \\ -m\frac{\partial \Phi}{\partial y} &= \frac{d}{d\tau}(m\mathfrak{a}_y) = m\frac{d\mathfrak{a}_y}{d\tau} + \mathfrak{a}_y\frac{dm}{d\tau}, \\ -m\frac{\partial \Phi}{\partial z} &= \frac{d}{d\tau}(m\mathfrak{a}_z) = m\frac{d\mathfrak{a}_z}{d\tau} + \mathfrak{a}_z\frac{dm}{d\tau}, \\ -m\frac{\partial \Phi}{\partial u} &= \frac{d}{d\tau}(m\mathfrak{a}_u) = m\frac{d\mathfrak{a}_u}{d\tau} + \mathfrak{a}_u\frac{dm}{d\tau}. \end{aligned}\right| \qquad (3)$$

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **35**, 898, 1911.

2) Siehe Ann. d. Phys. **38**, 355, 1056, 1059; **39**, 444, 1912.

3) Mit der Gleichheit zwischen träger und schwerer Masse verstehe ich jedoch nicht, daß jede Trägheitserscheinung durch die träge und schwere Masse bedingt sein würde. Für elastisch gespannte Körper erhält man ja nach Laue (vgl. unten) eine Bewegungsgröße, die sich überhaupt nicht auf eine Masse zurückführen läßt. Auf diese Fragen werde ich in einer künftigen Mitteilung zurückkommen.

4) M. Abraham, diese Zeitschr. **13**, 1, 1912.

1) M. Abraham, l. c., Gl. (5).

2) In entsprechender Weise verfährt Minkowski bei der Behandlung der elektrodynamischen Kraft. Vgl. Gött. Nachr. 1908, S. 98, Gl. (98).

Wir multiplizieren die Gleichungen der Reihe nach mit a_x, a_y, a_z, a_u und addieren. Weil

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x}a_x + \frac{\partial \Phi}{\partial y}a_y + \frac{\partial \Phi}{\partial z}a_z + \frac{\partial \Phi}{\partial u}a_u = \frac{d\Phi}{d\tau},$$

$$a_x\frac{da_x}{d\tau} + a_y\frac{da_y}{d\tau} + a_z\frac{da_z}{d\tau} + a_u\frac{da_u}{d\tau} = 0,$$

$$a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 + a_u^2 = -c^2,$$

erhalten wir

$$-m\frac{d\Phi}{d\tau} = -c^2\frac{dm}{d\tau},$$

$$\frac{1}{m}\frac{dm}{d\tau} = \frac{1}{c^2}\frac{d\Phi}{d\tau}. \qquad (4)$$

Die Integration ergibt

$$\log m = \frac{1}{c^2}\Phi + \text{const}$$

oder

$$m = m_0 e^{\frac{\Phi}{c^2}}. \qquad (5)$$

Diese Gleichung zeigt, daß die Masse m nach einem einfachen Gesetz vom Gravitationspotential abhängt.

Nach (4) kann man die Bewegungsgleichungen (3) auch in folgender Form schreiben,

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \frac{da_x}{d\tau} + \frac{a_x}{c^2}\frac{d\Phi}{d\tau},\\ -\frac{\partial \Phi}{\partial y} &= \frac{da_y}{d\tau} + \frac{a_y}{c^2}\frac{d\Phi}{d\tau},\\ -\frac{\partial \Phi}{\partial z} &= \frac{da_z}{d\tau} + \frac{a_z}{c^2}\frac{d\Phi}{d\tau},\\ -\frac{\partial \Phi}{\partial u} &= \frac{da_u}{d\tau} + \frac{a_u}{c^2}\frac{d\Phi}{d\tau}. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Die Masse m fällt, wie man sieht, aus den Gleichungen aus. Die Gesetze, nach denen sich ein Massenpunkt in einem Gravitationsfelde bewegt, sind also von der Masse des Punktes vollständig unabhängig.

Die bisherigen Betrachtungen fußen auf der Annahme, daß $m\mathfrak{F}$ die bewegende Kraft ist. Wir wollen nun für einen Augenblick voraussetzen, daß nicht $m\mathfrak{F}$ selbst, sondern der auf dem Bewegungsvektor a senkrechte Teil desselben die bewegende Kraft ausmacht. Dieser Teil von $m\mathfrak{F}$ ist ein Vierervektor mit der x-Komponente[1])

$$m\mathfrak{F}_x + m\frac{a_x}{c^2}\left(\mathfrak{F}_x a_x + \mathfrak{F}_y a_y + \mathfrak{F}_z a_z + \mathfrak{F}_u a_u\right).$$

Das zweite Glied ist die x-Komponente einer zu $m\mathfrak{F}$ tretenden Zusatzkraft. Nach (2) läßt sich der Ausdruck in den folgenden umformen,

$$-m\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{a_x}{c^2}\frac{d\Phi}{d\tau}\right).$$

1) Vgl. H. Minkowski, l. c.

Da wir nun m als konstant auffassen, lautet die erste der Bewegungsgleichungen eines Massenpunktes

$$-m\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{a_x}{c^2}\frac{d\Phi}{d\tau}\right) = m\frac{da_x}{d\tau}.$$

Das ist aber nichts anderes als die erste der Bewegungsgleichungen (6).

Durch die beiden alternativen Annahmen erhalten wir also genau dieselben Gesetze für die Bewegung eines Massenpunktes im Gravitationsfelde, nur werden die Kraft und die Masse in den beiden Fällen verschieden aufgefaßt. Die zuletzt betrachtete Auffassungsweise entspricht der ursprünglichen Minkowskischen, die zuerst behandelte der von Laue und Abraham vertretenen[1]).

Wir haben bisher einen isolierten Massenpunkt betrachtet. Nun wollen wir die Bewegung beliebiger Körper im Gravitationsfelde untersuchen und den Energiesatz für den Vorgang aufstellen. Wir setzen nur voraus, daß der Masse jedes Teilchens der Körper wirklich eine reale Bedeutung zukommt, so daß wir von der Ruhdichte γ der Raum-Zeit-Punkte sprechen können. Das ist sicher der Fall, wenn in den Körpern keine Tangentialspannungen vorkommen[2]). Es ist natürlich die Ruhdichte γ eine Funktion der vier Koordinaten

$$\gamma = \gamma(x, y, z, u).$$

Wir sehen wieder die Masse als veränderlich an und akzeptieren den der Gl. (3) zugrunde gelegten Kraftbegriff. Dann sind die Komponenten der von der Gravitation auf die Volumeneinheit der Materie ausgeübten Kraft[3])

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{K}_x &= -\gamma\frac{\partial \Phi}{\partial x}, & \mathfrak{K}_y &= -\gamma\frac{\partial \Phi}{\partial y},\\ \mathfrak{K}_z &= -\gamma\frac{\partial \Phi}{\partial z}, & \mathfrak{K}_u &= -\gamma\frac{\partial \Phi}{\partial u}. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Der Allgemeinheit wegen nehmen wir an, daß außer der Gravitation noch eine „äußere" Kraft $\mathfrak{K}'$ mit den Komponenten

$$\mathfrak{K}_x', \ \mathfrak{K}_y', \ \mathfrak{K}_z', \ \mathfrak{K}_u'$$

auf die Volumeneinheit der Materie wirkt. Die Bewegungsgleichungen der Materie können wir dann in folgender allgemeinen Form schreiben[4]),

1) Vgl. auch die Diskussion zwischen Abraham und dem Verfasser, diese Zeitschr. **10**, 681, 737, 1909; **11**, 440, 527, 1910. Ich stelle mich jetzt auf den damals von Abraham eingenommenen Standpunkt.

2) Vgl. M. Laue, Das Relativitätsprinzip, Braunschweig 1911, S. 151 u. f.; G. Nordström, diese Zeitschr. **12**, 854, 1911.

3) Wird der Vierervektor $\mathfrak{K}$ als bewegende Kraft aufgefaßt, ist derselbe als „bewegende Kraft pro Ruhvolumeneinheit" zu bezeichnen.

4) G. Nordström, diese Zeitschr. **11**, 441, Gl. (4'), 1910.

$$\left.\begin{aligned}
-\gamma\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\mathfrak{K}_x' &= \frac{\partial}{\partial x}\gamma a_x^2+\frac{\partial}{\partial y}\gamma a_x a_y\\
&\quad+\frac{\partial}{\partial z}\gamma a_x a_z+\frac{\partial}{\partial u}\gamma a_x a_u,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
-\gamma\frac{\partial\Phi}{\partial u}+\mathfrak{K}_u' &= \frac{\partial}{\partial x}\gamma a_u a_x+\frac{\partial}{\partial y}\gamma a_u a_y\\
&\quad+\frac{\partial}{\partial z}\gamma a_u a_z+\frac{\partial}{\partial u}\gamma a_u^2.
\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

Wollen wir die gewöhnliche, dreidimensionale Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ und die gewöhnliche Massendichte ϱ einführen, haben wir zu setzen

$$a_x=\frac{\mathfrak{v}_x}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}},\ \cdots,\ a_u=\frac{ic}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}},\qquad \gamma=\varrho\sqrt{1-\mathfrak{q}^2},$$

wo der Einfachheit halber $\mathfrak{q}=\frac{\mathfrak{v}}{c}$ gesetzt ist.

Wir multiplizieren die letzte der Gleichungen (8) mit $-ic$ und führen auf die rechte Seite die obenstehenden Ausdrücke ein. Benutzen wir weiter die Bezeichnungen der dreidimensionalen Vektoranalysis, wird die Gleichung lauten

$$\left.\begin{aligned}
\gamma\frac{\partial\Phi}{\partial t}-ic\mathfrak{K}_u' &= c^2\,\mathrm{div}\frac{\varrho\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}+\\
&\quad+c^2\frac{\partial}{\partial t}\frac{\varrho}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}.
\end{aligned}\right\}\quad(9)$$

Das erste Glied links wollen wir umformen. Gl. (1) gibt

$$4\pi f\gamma=\mathrm{div}\nabla\Phi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2},$$

also

$$\begin{aligned}
\gamma\frac{\partial\Phi}{\partial t} &= \frac{1}{4\pi f}\left\{\frac{\partial\Phi}{\partial t}\,\mathrm{div}\nabla\Phi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)\right\}\\
&= \frac{1}{4\pi f}\left\{\mathrm{div}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\nabla\Phi\right)-\nabla\Phi\cdot\frac{\partial}{\partial t}\nabla\Phi\right.\\
&\quad\left.-\frac{1}{2c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2\right\},\\
\gamma\frac{\partial\Phi}{\partial t} &= \frac{1}{4\pi f}\mathrm{div}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\nabla\Phi\right)\\
&\quad-\frac{1}{8\pi f}\frac{\partial}{\partial t}\left\{(\nabla\Phi)^2+\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2\right\}.
\end{aligned}$$

Diesen Ausdruck führen wir in Gl. (9) ein und erhalten so folgende Gleichung, die den Energiesatz ausdrückt,

$$\left.\begin{aligned}
-ic\mathfrak{K}_u' &= -\frac{1}{4\pi f}\mathrm{div}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\nabla\Phi\right)\\
&\quad+\frac{1}{8\pi f}\frac{\partial}{\partial t}\left\{(\nabla\Phi)^2+\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2\right\}\\
&\quad+c^2\,\mathrm{div}\frac{\varrho\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}+c^2\frac{\partial}{\partial t}\frac{\varrho}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}.
\end{aligned}\right\}\quad(10)$$

Die Größe $-ic\mathfrak{K}_u'$ gibt die durch die äußere Kraft $\mathfrak{K}'$ bedingte Energiezufuhr pro Volumen- und Zeiteinheit an. Von den Gliedern rechts beziehen sich die zwei ersten auf das Gravitationsfeld, die zwei letzten auf die Materie der Körper. Wir setzen

$$\mathfrak{S}^g=-\frac{1}{4\pi f}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\nabla\Phi.\qquad(11)$$

$$\psi^g=\frac{1}{8\pi f}\left\{(\nabla\Phi)^2+\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2\right\}.\qquad(12)$$

$$\mathfrak{S}^m=\frac{c^2\varrho\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}},\qquad(13)$$

$$\psi^m=\frac{c^2\varrho}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}.\qquad(14)$$

Es ist ψ^g die Energiedichte des Gravitationsfeldes, $\mathfrak{S}^g$ der Energiestrom in diesem Felde, ψ^m und $\mathfrak{S}^m$ sind Energiedichte und konvektiver Energiestrom der Materie; für diese Größen haben wir die schon früher bekannten Ausdrücke (13) und (14) gefunden[1]).

Wir bemerken, daß nach (12) die Energiedichte des Feldes immer positiv ist.

Die Energiegleichung lautet nun schließlich

$$-ic\mathfrak{K}_u'=\mathrm{div}(\mathfrak{S}^g+\mathfrak{S}^m)+\frac{\partial}{\partial t}(\psi^g+\psi^m).\qquad(15)$$

Wir sehen, daß das Gesetz der Erhaltung der Energie erfüllt ist.

Die Größen $\mathfrak{S}^g$ und ψ^g hängen von einem vierdimensionalen Tensor ab, der auch fiktive Spannungen für die Gravitationskraft $\mathfrak{K}$ gibt. Dieser Tensor ist genau derselbe, den Abraham unter anderen Voraussetzungen erhalten hat[2]). Die zehn Komponenten des Gravitationstensors sind

$$\left.\begin{aligned}
X_x &= \frac{1}{4\pi f}\left\{-\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2+\Psi\right\},\\
&\cdots\cdots\cdots\\
U_u &= \frac{1}{4\pi f}\left\{-\left(\frac{\partial\Phi}{\partial u}\right)^2+\Psi\right\},\\
X_y &= Y_x=-\frac{1}{4\pi f}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{\partial\Phi}{\partial y},\\
&\cdots\cdots\cdots\\
Z_u &= U_z=-\frac{1}{4\pi f}\frac{\partial\Phi}{\partial z}\frac{\partial\Phi}{\partial u},
\end{aligned}\right\}\quad(16)$$

wo Ψ folgender vierdimensionaler Skalar ist,

1) G. Nordström, l. c., Gl. (11) und (12); M. Laue, l. c., § 24.
2) M. Abraham, l. c., S. 3.

$$\psi = \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial u}\right)^2\right\}. \tag{16a}$$

Man findet leicht, daß wirklich

$$-\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} + \frac{\partial X_u}{\partial u},$$

usw.,

$$\mathfrak{S}_x^{\kappa} = icU_x, \quad \mathfrak{S}_y^{\kappa} = icU_y, \quad \mathfrak{S}_z^{\kappa} = icU_z, \quad \psi^{\kappa} = U_u.$$

Weil der Gravitationstensor symmetrisch ist, ist die Impulsdichte gleich dem durch c^2 dividierten Energiestrom.

Die Gleichung (4), die die Veränderlichkeit der Masse eines Massenpunktes ausdrückt, läßt sich leicht auf ausgedehnte Massen verallgemeinern. Zu dem Zweck haben wir das Gleichungssystem (8) in derselben Weise zu behandeln, wie früher das Gleichungssystem (3). Wir multiplizieren die Gl. (8) der Reihe nach mit a_x, a_y, a_z, a_u und addieren. Wenn keine anderen Ursachen als das Gravitationsfeld eine Veränderlichkeit der Masse bewirken, ist die äußere Kraft $\mathfrak{K}'$ senkrecht auf a, und man bekommt nach einiger Umformung

$$\frac{\partial}{\partial x}\gamma a_x + \frac{\partial}{\partial y}\gamma a_y + \frac{\partial}{\partial z}\gamma a_z + \frac{\partial}{\partial u}\gamma a_u = \frac{\gamma}{c^2}\frac{d\Phi}{d\tau}, \tag{17}$$

oder

$$\operatorname{div}\varrho v + \frac{\partial \varrho}{\partial t} = \frac{\varrho}{c^2}\left(v \nabla \Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right) \tag{18}$$

oder noch

$$\frac{d}{dt}(\varrho\, dv) = \frac{\varrho\, dv}{c^2}\frac{d\Phi}{dt} \tag{18a}$$

(dv ein Volumenelement). Diese drei miteinander identischen Gleichungen drücken allgemein das Gesetz der Veränderung der Masse durch das Gravitationsfeld aus.

Die Gleichung (1) läßt sich in bekannter Weise integrieren. Man erhält die bekannte Formel für das retardierte Potential,

$$\Phi(x_0, y_0, z_0, t) = -f \cdot \int \frac{dx\,dy\,dz}{r}\,\gamma_{t-\frac{r}{c}} + \text{const}, \tag{19}$$

wo $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$.

Die Integration bezieht sich auf den dreidimensionalen Raum, und für γ ist der Wert für die Zeit $t - \frac{r}{c}$ zu nehmen.

Man sieht aus (5) und (19), daß es keine wirklich punktförmigen Massen geben kann, denn in einem solchen Massenpunkte selbst würde $\Phi = -\infty$, und also die Masse Null sein. Wenn ein Körper sich zusammenzieht, vermindert sich seine Masse, und bei verschwindendem Volumen würde auch die Masse verschwinden. Soweit ich sehe, führen diese Konsequenzen der Theorie nicht zu Widersprüchen.

Wie man sieht, hat die hier entwickelte Theorie mit derjenigen vieles gemeinsam, die Abraham in dieser Zeitschr. **13**, 1, 1912 gegeben, aber später wieder verworfen hat[1]). Die hier entwickelte Theorie ist aber von allen den Übelständen frei, die in den Theorien von Einstein und Abraham die Veränderlichkeit der Lichtgeschwindigkeit mit sich bringt.

Nachtrag bei der Korrektur. Aus einer brieflichen Mitteilung von Herrn Prof. Dr. A. Einstein erfahre ich, daß er sich bereits früher mit der von mir oben benutzten Möglichkeit befaßt hat, die Gravitationserscheinungen in einfacher Weise zu behandeln, daß er aber zu der Überzeugung gekommen ist, daß die Konsequenzen einer solchen Theorie der Wirklichkeit nicht entsprechen können. Er zeigt an einem einfachen Beispiel, daß nach dieser Theorie ein rotierendes System im Schwerkraftfelde eine kleinere Beschleunigung erhalten wird als ein nichtrotierendes.

Diese Folgerung finde ich an sich nicht bedenklich, da der Unterschied zu klein ist, um einen Widerspruch mit der Erfahrung zu geben. Wohl zeigt aber die besprochene Folgerung, daß meine Theorie mit der Einsteinschen Äquivalenzhypothese nicht vereinbar ist, nach welcher ein unbeschleunigtes Bezugssystem im homogenen Gravitationsfelde einem beschleunigten Bezugssystem im gravitationsfreien Raume äquivalent wäre.

In diesem Umstand sehe ich aber keinen hinreichenden Grund die Theorie zu verwerfen. Denn obwohl die Einsteinsche Hypothese außerordentlich geistreich ist, bietet sie doch anderseits große Schwierigkeiten. Es sind deshalb auch andere Versuche, die Gravitation zu behandeln, wünschenswert, und ich will mit meiner Mitteilung zu diesen einen Beitrag liefern.

1) M. Abraham, diese Zeitschr. **13**, 793, 1912.

Helsingfors, 20. Oktober 1912.

(Eingegangen 23. Oktober 1912.)

Über einen Versuch zum Vergleiche der Relativitätstheorie mit den mechanischen Anschauungen über die Lichtausstrahlung.

Von Michele La Rosa.

Jetzt, wo die Relativitätstheorie einer Krisis entgegengeht, wäre es von höchstem Interesse,

einen Versuch zu finden, auf Grund dessen man zu einer klaren Entscheidung zwischen dem zweiten angegriffenen Prinzip der Relativitätstheorie und den mechanischen Anschauungen kommen könnte, die eine Vermittlung zwischen der Lehre vom Licht und Elektromagnetismus und dem eigentlichen Relativitätsprinzip in Aussicht stellen, ohne daß dabei revolutionäre Rückwirkungen einträten.

An solchen Versuchen hat es nicht gefehlt. In einer kürzlich erschienenen Arbeit[1]) habe ich mich ausführlich mit ihnen und ihren Besprechungen beschäftigt. Wenn ich mir erlaube, hier auf diese Arbeit hinzuweisen, so geschieht es weniger wegen des negativen Ergebnisses, zu dem ich dort gelangt bin, was den Wert der bis jetzt erhaltenen Resultate betrifft, als, um die Aufmerksamkeit von Forschern, die große Übung und reiche Mittel besitzen, auf einen bemerkenswerten Vorschlag zu lenken, den ich dabei Gelegenheit hatte zu machen; denn ich glaube, er ist bisher von den meisten übersehen worden.

Was mich auf diese Meinung brachte, ist vor allem eine kürzlich erschienene Arbeit von Herrn Tolman[2]), einem der Forscher, die sich am meisten mit dem wichtigen Gegenstande beschäftigt haben. Meine Arbeit wird darin mit keinem Worte erwähnt, obwohl ich im wesentlichen dieselben Gedanken entwickelt habe.

Ich hob in dieser Arbeit hervor, daß die Relativitätstheorie und die mechanischen Theorien verschiedene Resultate ergeben für die Fortpflanzung der Wellen in einem Medium, das in bezug auf die Quelle in Bewegung ist, und schlug daraufhin vor, den berühmten Versuch von Michelson und Morley mit einer Lichtquelle zu wiederholen, die außerhalb der Erde liegt (am besten mit Sonnenlicht), denn das könnte die gesuchte Probe ergeben.

Ich zeigte ferner, daß ein solcher Versuch nach der Relativitätstheorie wieder ein negatives Ergebnis liefern müßte, nach der Grundanschauung der mechanischen Hypothese aber ein positives.

Meiner Rechnung legte ich bloß die folgenden Hypothesen zugrunde:

1. Wenn die Lichtquelle und das Mittel, in dem sich die Wellen ausbreiten, eine (konstante) gegenseitige Geschwindigkeit haben, so wird für einen Beobachter O, der in bezug auf die Lichtquelle in Ruhe ist, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen nur insoweit beeinflußt, als dies dem Fizeauschen Versuche entspricht. $\left(\text{Mitführungskoeffizient } \frac{n^2-1}{n^2}\right)$.

2. Für einen Beobachter O_1, der in bezug auf das Medium in Ruhe ist, ergibt sich unter denselben Umständen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen durch Zusammensetzung der von dem ersten Beobachter gesehenen Geschwindigkeit mit der relativen Geschwindigkeit zwischen den zwei Beobachtern (also auch zwischen dem ersten Beobachter und der Lichtquelle) nach der gewöhnlichen Parallelogrammregel.

Auf diesem Wege, der nach meiner Meinung der einfachste und direkteste ist, da er sich den beobachteten Tatsachen am nächsten anschließt, bin ich zu dem Ergebnis gelangt, daß bei Benutzung einer Lichtquelle, die an der Bewegung der Erde nicht teilnimmt, die Wellenzüge in den zwei Armen des Michelsonschen Apparates genau die Phasenverschiebung zeigen müssen, welche die alte Theorie von Lorentz verlangt. Nun läßt sich aus unseren Hypothesen leicht folgendes ableiten:

1. Wenn sich die Wellen in einem einzigen Medium vom Index 1 ausbreiten, bleibt die Geschwindigkeit von O aus gesehen unverändert, die von O_1 aus gesehene erhält man durch Zusammensetzung der ersteren mit der relativen Geschwindigkeit zwischen der Lichtquelle und O_1 selbst.

2. Wenn die Wellen einen Spiegel treffen, der in bezug auf O_1 in Ruhe ist, so entstehen reflektierte Wellen, deren Zentren sich für die zwei Beobachter mit derselben Geschwindigkeit weiter bewegen, mit der die zwei Beobachter die Lichtquelle sich bewegen sehen: d. h. O sieht das Zentrum der reflektierten Welle unbeweglich dort im Raum, wo es von dem Spiegel ausgesandt wird. O_1 sieht es mit der Geschwindigkeit v sich von sich fortbewegen, vorausgesetzt, daß er sich zwischen Lichtquelle und Spiegel befindet und daß v die Geschwindigkeit ist, mit der er die Quelle sich nähern sieht.

Diese Folgerungen enthalten offensichtlich die Annahmen über die Fortpflanzung der Wellen, die Ritz in seinem glänzenden Versuch einer elektromagnetischen Strahlungstheorie eingeführt hat[1]).

Herr Tolman hatte eine andere Hypothese über die Geschwindigkeit der reflektierten Wellen unter den beschriebenen Umständen aufgestellt, die aber durch einen von ihm selber ausgeführten

1) M. La Rosa, N. Cimento (6) **3**, 345, Mai 1912.

2) The Phys. Rev. **35**, 136, August 1912. Es tut mir sehr leid, daß Herrn Tolman meine Arbeit entgangen ist, trotzdem ich nicht versäumt habe, ihm einen Auszug daraus zukommen zu lassen, als ich im Mai eine Anzahl von Exemplaren an ausländische Forscher verschickte.

1) Ann. de Chim. et de Phys. (8) **13**, 145, 1908.

Interferenzversuch widerlegt wurde[1]). Deswegen hielt ich es nicht für nötig, sie in meiner Arbeit zu erwähnen.

Dagegen versäumte ich nicht, zu untersuchen, zu welchem Ergebnis die von Stewart[2]) vorgeschlagene Hypothese führt und fand, daß man das obige Resultat nur mit vertauschtem Vorzeichen erhält, wenn man mit diesem Autor annimmt, daß die von einem bewegten Spiegel reflektierten Wellen sich wie Wellen verhalten, die von dem beweglichen Bild der Lichtquelle ausgehen.

Die neue Abhandlung des Herrn Tolman lehrt uns als Neues nur, daß die bekannten Tatsachen über den Dopplereffekt bei Kanalstrahlen (nach der Hypothese von Stewart müßte dieser Effekt einen Vorzeichenwechsel aufweisen, der den Tatsachen widerspricht) uns berechtigen, auch diese Hypothese zurückzuweisen, und daß, wenn wir im Bereiche der mechanischen Gesetze bleiben wollen, wir uns an die Hypothesen von Ritz halten müssen oder an die allgemeineren und direkteren, aus einem Fundamentalversuch über das Licht bei bewegtem Medium und einem alten Gesetze der klassischen Mechanik hervorgegangenen.

1) The Phys. Rev. **31**, 26, 1911.
2) The Phys. Rev. **32**, 418, 1911.

Aus dem Physikalischen Institut der Kgl. Universität Palermo, 18. September 1912.

(Aus dem Italienischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 28. September 1912.)

Die Regulierung von Kleinmotoren.

Von H. Barkhausen.

Bei Kleinmotoren, wie sie in Laboratorien zur Bewegung kleiner Apparateteile benutzt werden, ist häufig eine möglichst weitgehende Tourenregulierung erwünscht. Diese sucht man im allgemeinen durch Vorschalten eines Regulierwiderstandes R (Fig. 1) zu erreichen. Es zeigt sich dann aber, daß bei der üblichen geringen Belastung der Motor selbst bei ziemlich großen Widerständen fast gar nicht langsamer läuft; geht man aber noch weiter mit der Vergrößerung des Widerstandes, so treten Unregelmäßigkeiten auf und der Motor bleibt leicht ganz stehen. Durch die kleine Schaltungsänderung (Fig. 2), daß man das freie Ende des Regulierwiderstandes mit der anderen Seite des Ankers verbindet, wird dieser Übelstand vollständig behoben. Es genügt ein einziger, verhältnismäßig niedrigohmiger Widerstand, und

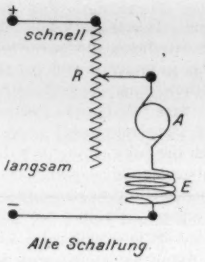


Fig. 1.

die Tourenzahl ist einfach proportional dem Teile des Widerstandes, der parallel zum Anker liegt. Eine Tourenregulierung im Verhältnis 1 : 20 ist bei nicht allzu minderwertigen Motoren leicht zu erzielen. Man muß freilich vom Motor eine dritte, normal nicht vorhandene Leitung herausführen, die an der Verbindung von Erregung und Anker abzweigt und zu dem Widerstande, der auch eine dritte Klemme besitzen muß, hinführt. Die Schaltung kommt nur für Serienmotoren in Betracht. Bei den, für kleine Motoren weniger gebräuchlichen Nebenschlußmotoren ist die bekannte, in Fig. 3 gezeichnete Abzweigschaltung ihr gleichwertig.

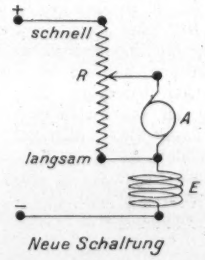


Fig. 2.

Der Grund für die günstige Wirkung der Schaltung Fig. 2 ist leicht einzusehen.

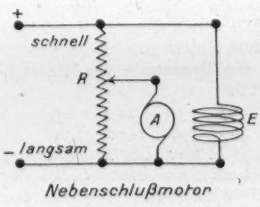


Fig. 3.

Die hohe Tourenzahl des leerlaufenden Serienmotors ist durch die Schwächung des Erregerfeldes bei geringem Stromverbrauch hervorgerufen. Durch einen Vorschaltwiderstand gemäß Fig. 1 wird aber der Strom noch mehr geschwächt. Der langsamere Gang kommt daher nur durch die Schwächung des mechanischen Drehmoments zustande. Geringe Schwankungen der äußeren Belastung werden die Umdrehungszahl stark ändern, da bei großem Vorschaltwiderstand der Strom selbst bei Stillstand des Motors nur wenig anwächst, also keine wesentliche Erhöhung des Drehmoments mit abnehmender Tourenzahl eintritt. Sobald etwa durch Reibung ein etwas größeres Gegenmoment auftritt, bleibt der Motor ganz stehen. Bei der Schaltung gemäß Fig. 2 erhält dagegen die Erregung dauernd mindestens den Strom, der durch den Widerstand R und die Erregung in Hintereinanderschaltung fließt. Die verschiedene Belastung und die Stellung des Regulierwiderstandes R können nur bewirken, daß dieser Strom etwas stärker wird, da der Anker ja einem Teil von R parallel geschaltet ist. Die Tourenzahl ist daher, wie bei der Abzweigschaltung Fig. 3, im wesentlichen durch rein elektrische Größen, nämlich die Klemmenspannung am Anker, bestimmt. Bei einer kleinen Verringerung der Tourenzahl steigt der Ankerstrom und damit das Drehmoment stark an. Würde man den Anker festhalten, so würde fast der ganze Strom durch Erregung, Anker und den oberen Teil von R fließen, da der Ohmsche Widerstand des Ankers klein gegen R ist. Das Drehmoment würde also sehr stark werden.

Die Schaltung ist von mir seit etwa 2 Jahren oft benutzt worden. Kürzlich habe ich sie an 2 Motoren etwas eingehender studiert. Der eine hatte die Aufschrift 220 V., 2200 U., $^1/_6$ PS. Der Widerstand der Erregung ergab sich zu 15 Ohm, der des Ankers zu 6,6 Ohm. Bei einem Wirkungsgrad von 70 Proz. verbraucht der Motor bei Vollast 175 Watt, also 0,8 Amp. Soll diese Stromstärke durch die Erregung fließen, muß R etwa zu $\frac{220}{0{,}8} = 275$ Ohm gewählt werden. Ein Schiebewiderstand von dieser Größe wurde benutzt. Bezeichnet R_u den unteren, zum Anker parallel liegenden Teil von R und n die Tourenzahl pro Minute, so ergab sich folgendes:

R_u	25	50	100	150	200
n	400	800	1600	2400	3200.

Die Tourenzahl war also, soweit die rohen Messungen dies erkennen ließen, genau proportional dem Parallelwiderstand R_u. Unter 300 Touren konnten mit dem Tachometer nicht gemessen werden. Bei weiterer Verkleinerung von R_u auf ungefähr 6 Ohm wurde die Tourenzahl durch Abzählen zu etwa 100 pro Minute festgestellt. R_u und der Ankerwiderstand sind hier gleich groß; bei Stillstand fließt also noch die Hälfte des Stromes durch den Anker, das Drehmoment ist nun zwar kleiner, aber doch noch etwa halb so groß wie bei Vollast. Der Strom schwankte maximal nur zwischen 0,76 und 1,0 Amp.

Der andere Motor war kleiner. Er trug die Aufschrift 220 Volt, 0,38 A., 2000 U., $^1/_{16}$ PS. Die Erregung hatte 120 Ohm, der Anker mit Bürstenwiderstand etwa 60 Ohm. Die zweckmäßigste Größe des Widerstandes wäre etwas mehr als $\frac{220}{0{,}38} - 120$, also etwa 550 Ohm gewesen. Da ein solcher nicht zur Hand war, wurde ein Widerstand von maximal 960 Ohm benutzt. Dadurch wurde der Erregerstrom 0,2 Amp., also nur halb so stark als zulässig. Trotzdem ließ sich der Motor vorzüglich regulieren, wie die untere Kurve in Fig. 4 zeigt.

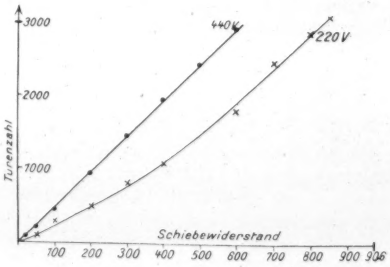


Fig. 4.

Die Tourenzahl fällt etwas stärker als proportional zu R_u ab, weil bei kleinem R_u der übrige Teil von R einen zu großen Vorschaltwiderstand bildet. Aus dem gleichen Grunde war auch das Drehmoment bei kleinen Tourenzahlen etwas schwach, doch lief der Motor selbst bei 96 Touren ($R_u = 50$) noch immer von selbst an. Als Gegenbeispiel wurde der gesamte Widerstand von 960 Ohm nach der Schaltung von Fig. 1 vor den Motor geschaltet. Die Tourenzahl ergab sich dann zu 3600 und wäre bei Verminderung des Widerstandes noch höher gestiegen.

Nach der Schaltung Fig. 2 läßt sich ein Motor auch ohne weiteres mit übernormaler Spannung betreiben, ein 110-Volt-Motor z. B. mit 220 Volt. In Fig. 4 zeigt die obere Kurve denselben für 220 Volt bestimmten $^1/_{16}$-PS.-Motor mit dem gleichen Regulierwiderstand von

960 Ohm, aber an 440 Volt angeschlossen. Der Stromverbrauch war jetzt minimal $\frac{440}{960+120}$, also etwas über 4 Amp., d. h. ein wenig zu hoch; richtig wäre ein Widerstand vom 1200 Ohm gewesen. Die Tourenzahl steigt jetzt vollkommen proportional mit dem Widerstande R_u. Selbst bei 95 Touren ($R_u = 20$) war das Drehmoment des winzigen Motors noch so groß, daß man die Achse mit der Hand erst bei stärkerem Druck festbremsen konnte.

Die Größe des Regulierwiderstandes kann man am einfachsten durch Division der Klemmenspannung mit der maximal zulässigen Stromstärke ausrechnen. Der dabei vernachlässigte Widerstand der Erregung schwächt den Strom etwa ebensoviel, wie ihn bei höheren Tourenzahlen die Stromverzweigung durch den Anker verstärkt. Soll der Motor auch bei hohen Tourenzahlen stark belastet laufen, wird man die Ohmzahl etwas höher wählen. Man schaltet den Strom zweckmäßig in der Stellung $R_u = 0$ ein. Der Motor bleibt dann ruhig stehen und kann in dieser Stellung beliebig lange bleiben, da Stromverbrauch und Erwärmung dann am geringsten sind. Vergrößert man R_u allmählich, so läuft der Motor zunächst ganz langsam, dann immer schneller an, und kann mit einem Schiebewiderstand leicht auf jede gewünschte Tourenzahl eingestellt werden. Kommt es auf einen Fehler von einigen Prozent nicht an, kann man den Widerstand ohne weiteres in Tourenzahlen eichen, und diese dann ohne Verwendung eines Tachometers direkt an der Stellung des Widerstandes ablesen.

Dresden, Institut für Schwachstromtechnik.

(Eingegangen 21. Oktober 1912.)

ZUSAMMENFASSENDER BERICHT.

Referat über den V. Internationalen Mathematiker-Kongreß in Cambridge.

Der fünfte Internationale Mathematiker-Kongreß tagte vom 22. bis 27. August in Cambridge. Über einige für den Physiker interessante Vorträge in der Abteilung IIIa für Anwendung der Mathematik auf Naturwissenschaften soll hier nachträglich referiert werden. Eröffnet wurde der Kongreß durch einen sehr eindrucksvollen Empfang bei dem Präsidenten des Kongresses, Sir G. H. Darwin, in den ehrwürdigen Räumen von St. John's College. Am zweiten Abend waren die Kongreßmitglieder zum Empfang bei dem derzeitigen Vizekanzler der Universität, Lord Rayleigh, in das Fitzwilliam-Museum geladen. Dieser Empfang durch den großen Physiker und Mathematiker hat ebenfalls allen Gästen einen dauernden Eindruck hinterlassen.

Dem Kongreß war eine Ausstellung mathematischer Literatur und Modelle angeschlossen. Die zahlreichen, zu Schul- und Hochschulzwecken bestimmten Demonstrationsapparate zur Mechanik zeigten, welches Gewicht in England dem Unterricht in diesem Fache beigelegt wird. Doch fielen außer manchen geschickten Konstruktionsdetails keine neuen Züge auf.

Sehr interessant war hingegen der Besuch in der Cambridge Scientific Instrument Co., wo den Teilnehmern einige der Apparate von bekannter vorzüglicher Ausführung in Tätigkeit vorgeführt wurden, z. B. das Einthovensche Saitengalvanometer, das zur Aufnahme von Kardiogrammen benutzt wurde; ein Galvanometer nach Paschen; Boys' Radiomikrometer, in welchem die bewegliche Schleife eines Galvanometers fest mit einem kleinen Thermoelement verbunden ist, auf welches die zu messende Strahlung auffällt; schließlich Pyrometer nach Féry, welche technischen Zwecken angepaßt sind.

Man hat es allgemein begrüßt, daß die Kongreßleitung Sir J. J. Thomson aufforderte, den Teilnehmern einige Resultate seiner jüngsten Untersuchungen über positive Strahlen mitzuteilen. Dies geschah unter enormem Andrang des Publikums im Hörsaal des Cavendish-Laboratoriums. Die Kanalstrahlen wurden gezeigt und ihre Ablenkung konnte auf einem Leuchtschirm verfolgt werden.

Sir J. J. Thomson[1]): Mehrfach geladene Atome.

Kanalstrahlen werden durch eine ganz feine Bohrung in der Kathode (Länge 8 cm, Radius 0,1 mm) als scharf begrenztes Bündel aus dem Entladungs- in den Beobachtungsraum gelassen. Hier werden sie dem Einfluß eines elektrischen und eines dazu parallelen magnetischen Feldes ausgesetzt. Die Ablenkung der Teilchen durch das elektrische Feld ist $x = C_1 \cdot e/m \cdot 1/v^2$, die hierzu senkrechte Ablenkung durch das Magnetfeld $y = C_2 \cdot e/m \cdot 1/v$. Also gibt die durch den Ort $x = y = 0$ des unabgelenkten Strahles gehende Gerade $y/x = C_2/C_1 \cdot v$ die Lage aller

1) Vgl. Phil. Mag., August 1912 und Oktober 1912.

Teilchen mit gleicher Geschwindigkeit, während auf den Parabeln $y^2/x = C_2^2/C_1 \cdot e/m$ Teilchen mit gleichem e/m liegen. Durch Ausmessung des Parameters der Parabeln kann das Verhältnis e/m festgestellt werden.

Die Aufnahmen zeigen eine Reihe von Parabeln, welche den im Gas der Röhre befindlichen Molekülen H_2, N_2, Ar, Hg usw. mit einfachen Ladungen entsprechen. Die Parabeln erstrecken sich bis zu großen Werten von x und werden dort durch Teilchen mit kleinen Geschwindigkeiten hervorgerufen; ihr Anfang liegt auf einer Geraden, welche der höchsten Geschwindigkeit entspricht, die von den Teilchen bei der Betriebsspannung der Röhre erreicht werden kann. Aus der Ausdehnung der Parabeln nach der Seite langsamer Geschwindigkeiten hin wird geschlossen, daß die Erzeugung der Teilchen auf der ganzen Länge des Dunkelraumes stattfindet, so daß manche Teilchen nur einen Teil des Potentialgefälles durchlaufen. Bei der Ionisierung wird häufig der Molekülverband gelöst. Dies zeigt sich darin, daß eine Reihe organischer Verbindungen die gleichen Werte e/m ergeben, welche auf die gesonderte Existenz der Atomgruppen, aus denen die Verbindungen bestehen, schließen lassen.

Verliert ein Atom bei der Ionisation im Dunkelraum mehr als ein Elektron, so erhält es durch die Betriebsspannung höhere Geschwindigkeit, nämlich bei ν-fachem Verhältnis e/m die $\sqrt{\nu}$-fache Normalgeschwindigkeit. Demnach ist sein Ort auf der Platte durch die Gerade $y/x = C_2/C_1 \cdot \sqrt{\nu} \cdot v$ gegeben, welche kurz die $(\nu \cdot e/m)$-Gerade heiße. Diese Gerade hängt nur von dem Verhältnis $\nu \cdot e/m$ im Entladungsraum ab. Andererseits ist der zweite geometrische Ort des Teilchens, die Parabel, allein durch das Verhältnis $\mu \cdot e/m$ von Ladung zu Masse während der Ablenkung bestimmt ($\mu \cdot e/m$-Parabel). Durch diesen Umstand läßt sich die Geschichte eines Teilchens aus dem Ort seines Auftreffens rekonstruieren, wie an Aufnahmen von Hg-Kanalstrahlen gezeigt wird.

Hier findet Thomson, daß die Parabelanfänge auf der Geraden $(8\,e/m)$ liegen, woraus zu schließen ist, daß die Atome bei der Ionisierung 8 Ladungen auf einmal verlieren. Von diesen Ladungen können sie einige wiedergewinnen, und daher finden sich die Parabeln $(e/m,\ 2\,e/m,\ \ldots,\ 7\,e/m)$. Eine achte Parabel $(8\,e/m)$ wird vermutet. Durch Betrachtungen über die Helligkeitsverteilung auf den Parabeln kann geschlossen werden, daß es nur zwei Möglichkeiten der Ionisierung gibt: ein Hg-Atom verliert entweder ein Elektron oder 8 Elektronen. Könnte es nämlich etwa 7 Elektronen verlieren, so müßten auf den Parabeln stärkere Schwärzungen auftreten, wo die Gerade $(7 \cdot e/m)$ die Parabeln schneidet. Davon finden sich keine Anzeichen, ausgenommen auf der untersten Parabel (e/m), auf der außer dem Kopf auf der Geraden $8\,e/m$ der Schnittpunkt mit der Geraden e/m durch große Helligkeit ausgezeichnet ist. Demnach verliert ein Hg-Atom entweder 8 Ladungen oder eine Ladung bei der Ionisation, was Thomson mit den zwei Möglichkeiten des Zusammenstoßes, Atom gegen Atom und Atom gegen Elektron, in Verbindung setzen möchte.

Übrigens lassen sich durch das Auftreten der Parabeln minimale Verunreinigungen der Gase nachweisen.

Sir J. Larmor, Über die Dynamik der Strahlung.

Gegenstand dieses Vortrags ist der Vorgang bei der Ausbreitung eines elektromagnetischen Feldes, insbesondere der hierbei auftretende Strahlungsdruck. Dieser wird in Analogie gesetzt zu dem „Strahlungsdruck", der auf einer Saite entsteht, wenn ein Wellenbuckel über sie hinwandert. Der Druck im mechanischen Beispiel entsteht zu gleichen Teilen aus zwei Ursachen: Einmal wird durch die Ausbiegung der Saite die Spannung aus der ursprünglichen Richtung abgelenkt, und dies wirkt den noch nicht abgelenkten Teilen der Saite gegenüber wie ein Druck der Welle; sodann wird durch die Ausbiegung die Bogenlänge vergrößert und Masse in dem Buckel angehäuft. Der Impuls der vorwärtsschreitenden Massenanhäufung macht den zweiten Teil des Strahlungsdruckes aus. Leitet man die Fortpflanzungsgleichung der Wellenbewegung aus dem Hamiltonschen Prinzip ab, so entgeht einem in der Mechanik wie in der Elektrodynamik der Mechanismus der Ausbreitung des Strahlungsdruckes. Zwar folgert man in der Maxwellschen Theorie die Werte des Strahlungsdruckes aus diesem Prinzip, aber man erkennt nicht, daß auch im elektrischen Felde der Strahlungsdruck als Bewegungsgröße der Kraftröhren aufzufassen ist. Insofern liegen die Probleme des Strahlungsdruckes tiefer und erfordern eine genauere Einsicht in die Natur des Mediums, als die Probleme der Form der Wellenausbreitung.

Der Strahlungsdruck auf einen bewegten Reflektor wird im mechanischen Bilde und elektrodynamisch besprochen. Ferner wird gezeigt, daß ein bewegtes strahlendes System durch seine Strahlung einen Rückstoß oder eine scheinbare Reibung erfährt — ein Resultat, zu dem schon B. Stewart und Poynting gelangt waren. Die Auffassung des Strahlungs-

druckes als Impuls der Kraftröhren führt dazu, dem Felde die scheinbare Masse E/c^2 (E = Energie pro Volumeinheit) zuzuschreiben, im Einklang mit der Forderung der Relativitätstheorie.

L. Föppl[1]), Stabile Anordnungen von Elektronen im Atom.

J. J. Thomsons Atommodell besteht bekanntlich aus einer kugelförmigen positiven Raumladung, in welcher sich negative Elektronen unter dem Einfluß der Anziehung der positiven Ladung und ihrer gegenseitigen Abstoßung in Gleichgewichtslagen anordnen können. Thomson selbst hat Anordnungen der Elektronen in einer Ebene angegeben, welche teils durch Rechnung, teils experimentell gefunden wurden.

Der Vortragende hat mittels der Methode der kleinen Schwingungen untersucht, welches die stabilen Anordnungen in 3 Dimensionen sind und beschreibt diese. Die Anordnungen zeigen ähnlichen Charakter wie die Thomsonschen zweidimensionalen; so bilden sich z. B. Ringe von Elektronen, welche aber hier übereinanderliegen, statt ineinander wie bei Thomson. Fügt man einem Modell Elektronen zu, so wächst die Anzahl Elektronen eines Ringes, bis schließlich bei bestimmten Zahlen (z. B. bei 8 Elektronen im Atom) eine völlige Neuordnung eintritt, indem etwa ein Ring mehr entsteht als vorher. Als wichtige allgemeine Eigenschaft wurde eine Versetzung der übereinandergelegenen Ringe gefunden, d. h. die (kongruenten) Ringe sind so angeordnet, daß im Grundriß die Elektronen des einen Ringes zwischen die des anderen fallen. Außerdem existiert in allen untersuchten Fällen eine Symmetrieachse.

M. S. v. Smoluchowski, Ergänzungen zur Stokesschen Formel.

Die Stokessche Formel für die Fallgeschwindigkeit einer kleinen Kugel in widerstehenden Medien ist bekanntlich von großer Wichtigkeit bei der Bestimmung von e/m und wurde von Cunningham auf theoretischer Basis durch zwei Zusatzglieder ergänzt, von welchen das erste in Betracht kommt, wenn die mittlere Weglänge der Gasmoleküle nicht verschwindend klein gegen den Kugelradius ist, das zweite dagegen der durch gleichzeitige Anwesenheit einer größeren Anzahl von Kugeln hervorgerufenen Änderung Rechnung tragen soll.

Die Berechnung des ersten Korrektionsgliedes hält Vortragender nicht für streng, außer bei großer Verdünnung; in diesem Falle schließt er aus den Versuchen Mc Keehans und Knudsens, daß die Kugeloberfläche die einfallenden Moleküle vollkommen diffus reflektiere, während Mc Keehan glaubte, daß sie in normaler Richtung reflektiert würden.

Der Vortragende hat sodann das Fallen einer ganzen Wolke von kleinen Kugeln behandelt. Hierbei zeigt sich, daß die Stokessche Formel im Falle von frei schwebenden Wolken nur dann eine Annäherung bildet, wenn der Quotient $\frac{na}{S}$ klein ist (n Anzahl der Kugeln, a deren Radius, S Radius der Wolke). Daher ist die Anwendung der Formel auf atmosphärische Wolken mit verminderter Durchsichtigkeit gänzlich falsch.

Anders stellt sich die Sache, wenn ein Gefäß homogen mit einer solchen Wolke erfüllt ist. Die durch das Fallen entstehende Strömung läßt sich mit beliebiger Annäherung berechnen, indem eine Methode von H. A. Lorentz für das Fallen einer Kugel parallel einer Wand ausgebaut wird. Als Ergebnis wird gefunden, daß gerade unter diesen den Bedingungen des Experiments nachgebildeten Umständen die Stokessche Formel streng gültig ist, während das zweite Cunninghamsche Korrektionsglied nur im Falle einer regelmäßigen Anordnung der Teilchen berechtigt wäre.

D. C. Miller, Aufnahme von Schallwellen.

Der Apparat, mit dem die Schallwellen aufgenommen werden, beruht auf dem Prinzip, daß der Ton, verstärkt durch einen Trichter, auf eine Membran geleitet wird, deren Durchbiegung optisch registriert wird. Der Vorteil dieser Anordnung ist die geringe Trägheit der bewegten Massen, ihre Hauptschwierigkeit der Einfluß der Eigenschwingungen. Von diesen können die Eigenschwingungen der Membran so hoch gewählt werden, daß sie nicht mehr stören; für die üblichen Schallaufnahmen, z. B. von Sprache und Gesang, liegen jedoch die Eigenschwingungen der Trichter sehr unbequem. Der Vortragende berichtet über seine Versuche, die Eichkurve einer großen Anzahl von Trichtern aufzustellen, d. h. eine Kurve, welche für jede Wellenlänge die Verstärkungszahl des Trichters angibt. Dies geschah mit Hilfe einer Serie von gleichlauten Pfeifen verschiedener Frequenz, deren Tonstärke nach dem Gehör als gleich gefunden war. Ferner auch durch Vergleich der Trichter untereinander.

Schallaufnahmen, welche auf Grund der Eichkurve reduziert waren, stimmten bis in kleine Einzelheiten überein.

Es sei erwähnt, daß alle Versuche, Trichter mit konstanter Verstärkung für alle Wellenlängen

1) Crelles Journ., Bd. 141, Heft 4, 1912.

herzustellen, erfolglos waren. Das beste, was in dieser Hinsicht erreicht wurde, war ein kuhglockenähnliches Horn, dessen Resonanz wegen der Breite des Resonanzgebietes nicht sehr ausgeprägt war.

P. P. Ewald, Dispersion und Doppelbrechung von Elektronengittern.

Ein Kristall wird als gitterartige Anordnung von Molekülen aufgefaßt und nach dem Einfluß der regelmäßigen (anisotropen) Anordnung auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Lichtwelle gefragt. Zu dem Zweck werden in den Punkten des Gitters Resonatoren angenommen, welche durch eine nach allen Richtungen gleiche elastische Kraft an ihre Ruhelage gebunden sind, also nur eine Eigenfrequenz besitzen. Die Geschwindigkeit einer ebenen optischen Welle wird aus der Bedingung abgeleitet, daß der Zustand des Gitters dynamisch möglich ist, d. h. daß die Schwingung eines jeden Resonators gerade durch das ihm zugestrahlte Feld unterhalten wird.

Man gelangt zu einer Dispersionsformel, welche für den Fall des kubischen Gitters mit der Lorentz-Planckschen übereinstimmt, für rhombische Gitter jedoch Doppelbrechung ergibt. Werden die Verhältnisse der Gitterabstände so gewählt, wie die Kristallographie es lehrt, so entsteht eine Doppelbrechung von der richtigen Größenordnung. Die Gitterstruktur allein kann daher in manchen Kristallen (ohne Anisotropie der einzelnen Moleküle) die Doppelbrechung hervorbringen.

Die strenge Berechnung des Feldes in einem Raumgitter verspricht auch wertvolle Aufschlüsse über die Entstehung der gebrochenen Welle (deren Geschwindigkeit allein in der Dispersionstheorie gefunden wird) zu liefern.

Th. v. Kármán, Wirbelbewegung in der Hydrodynamik, siehe diese Zeitschr. **13**, 49, 1912.

M. Abraham, Das Gravitationsfeld, siehe diese Zeitschr. **13**, 793, 1912.

(Eingegangen 29. Oktober 1912.)

Tagesereignisse.

Der Besitzer des B. G. Teubner'schen Verlags, Hofrat Dr. Dr.-Ing. Alfred Ackermann-Teubner, hat der Universität Leipzig ein Kapital von M. 20000 mit der Bestimmung gestiftet, daß die Zinsen für einen **„Alfred-Ackermann-Teubner-Gedächtnispreis zur Förderung der Mathematischen Wissenschaften"** zu verwenden sind.

Der Preis soll einem Vertreter der mathematischen Wissenschaften nachträglich für eine bedeutende Arbeit, die entweder einen hervorragenden wissenschaftlichen oder einen pädagogischen Fortschritt bedeutet, zufallen, und zwar in der nachstehenden Reihenfolge der Disziplinen: 1. Geschichte, Philosophie, Didaktik, Unterricht; 2. Mathematik, in erster Linie Arithmetik und Algebra; 3. Mechanik; 4. Mathematische Physik; 5. Mathematik, in erster Linie Analysis; 6. Astronomie, Ausgleichsrechnung und Fehlertheorie; 7. Mathematik, in erster Linie Geometrie; 8. Angewandte Mathematik, soweit sie nicht bereits in den vorhergehenden Nummern berücksichtigt ist, insbesondere Geodäsie und Geophysik.

Dieser Preis soll zunächst M. 1000 betragen und in zweijährigen Zwischenräumen zuerkannt werden.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: Dr. L. Prĕaka für Astronomie an der Böhmischen Technischen Hochschule Brünn, Dr. E. Madelung und Dr. Heinrich Freiherr Rausch von Traubenberg für Physik an der Universität Göttingen, Dr. Otto Anselmino, Oberassistent am Pharmazeutischen Institut der Universität Berlin für Chemie und Pharmakologie an der Universität Berlin.

Ernannt: Der Privatdozent Dr.-Ing. Anton Schwaiger an der Technischen Hochschule Karlsruhe zum a. o. Professor der Elektrotechnik ebendaselbst, Dr. G. Abetti zum Adjunkt-Astronom am R. Osservatorio del Collegio Romano zu Rom, Dr. Alan W. C. Menzies zum Leiter der Abteilung für Chemie am Oberlin-College, Dr. André Debierne zum Professor der Physik an der École de physique et chimie industrielle in Paris.

Verliehen: Dem ord. Professor der Physik an der Universität Jena Dr. Max Wien der Titel Geheimer Hofrat, dem Privatdozenten für physikalische Chemie und Biochemie an der Universität Breslau Dr. Waldemar Fischer und dem Privatdozenten für Mathematik an der Universität Göttingen Dr. Otto Toeplitz der Titel Professor.

In den Ruhestand: Professor Mary W. Whitney, Direktor des Vassar College Observatory in Poughkeepsie (New York).

Gestorben: Der Professor an der Union University in Schenectady-Albany N. Y. und Direktor des Dudley Observatory sowie des Department of Meridian Astrometry Lewis Boss, der a. o. Professor für Radioaktivität und radioaktive Substanzen an der Bergakademie Freiberg i. S. Dr. Max Weidig.

Gesuche.

Physiker

mit staatlicher Prüfung aus der Physik und Mathematik, wissenschaftlicher Arbeiter, beste Zeugnisse, technischer Zeichner, **sucht** dauernde Anstellung in einer physikalischen Fabrik — auch im Auslande — zum 1. Januar oder Februar. Offerten unter **„2"** an die Expedition dieser Zeitschrift.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.